Zvukové vlny.

Beáta Trpišová

Mechanické kmity

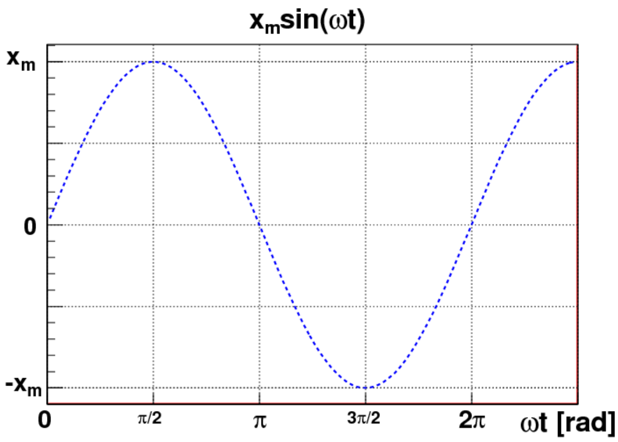
Kmity a vlny navzájom úzko súvisia. Mechanická vlna je súbor harmonicky kmitajúcich elementov látkového prostredia, v ktorom sa šíri. Elektromagnetická vlna môže existovať v látkovom prostredí, i vo vákuu, a je predstavovaná periodickými zmenami – kmitmi – intenzity elektrického a magnetického poľa v každom bode oblasti priestoru, v ktorej existuje. V tejto laboratórnej úlohe sa budeme zaoberať zvukovým vlnením, ktoré je typom mechanického vlnenia, preto v ďalšom výklade sa sústredíme na mechanické vlnenie a s ním úzko súvisiace mechanické kmitanie.

Pod kmitaním rozumieme časovo premenné zmeny jednej alebo niekoľkých fyzikálnych veličín okolo určitej strednej hodnoty. Mechanické kmitanie je také kmitanie, pri ktorom kmitajúci hmotný bod (HB) neprekročí určitú konečnú vzdialenosť od rovnovážnej polohy, čo je poloha, v ktorej sú všetky sily pôsobiace na HB v rovnováhe. Ak je časový priebeh kmitavého pohybu pravidelný, t.j. ak sa kmitavý pohyb opakuje v rovnako veľkých časových intervaloch, hovoríme o periodickom, alebo harmonickom kmitavom pohybe a tento časový interval nazývame perióda kmitov.

Uvažujme HB, ktorý kmitá okolo svojej rovnovážnej polohy, pričom jeho dráha je úsečka s krajnými bodmi rovnako vzdialenými od tejto polohy a nech je jeho poloha na tejto úsečke v každom čase *t* daná funkciou

$$x(t) = x_m \sin(\omega t + \varphi)\,, \tag{1}$$

ktorá je pre $\varphi = 0$ zobrazená na Obr.1. Krivka na Obr.1 teda nepredstavuje dráhu HB!



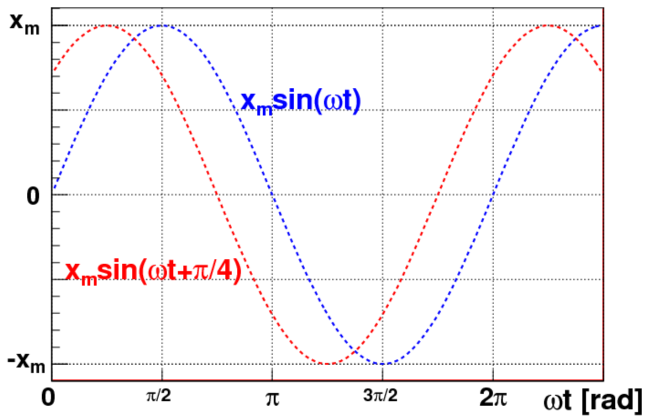
Obr. 1.

Premenná x_m v rovnici (1) je kladné číslo, ktoré udáva maximálnu vzdialenosť kmitajúceho HB od jeho rovnovážnej polohy. Nazývame ho amplitúda kmitania. Keďže funkcia sínus nadobúda funkčné hodnoty z intervalu $\langle -1,1 \rangle$, bude teda HB kmitať medzi krajnými polohami $-x_m, x_m$, ako je zrejmé aj z Obr.1. Pritom tento pohyb sa bude periodicky opakovať s periódou rovnou 2π, lebo funkcia sínus je periodická s touto periódou. Nazývame ho aj jednoduchý harmonický pohyb alebo netlmené kmity.

Výraz $\omega t + \varphi$ sa nazýva fáza kmitania a má rozmer radiánu alebo stupňa. V ňom ω je uhlová frekvencia a φ je fázová konštanta. Pre uhlovú frekvenciu platia vzťahy

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \ , \qquad (2)$$

kde T je perióda kmitania, t.j. doba jedného kmitu, a f je frekvencia kmitania, t.j. počet kmitov vykonaných za jednotku času. Fázová konštanta φ udáva, v akej polohe je HB v momente, keď sme začali merať čas, t.j. v čase $t = 0$, a tiež akým smerom sa v tomto momente HB pohyboval. Tento fakt je ilustrovaný na Obr.2. Vidíme na ňom dve sínusoidy popísané rovnicou (1). Jedna reprezentuje kmitanie s $\varphi = 0$ a druhá kmitanie s $\varphi = \pi / 4$. V čase $t = 0$ kmitanie s $\varphi = 0$ začína v počiatku a HB smeruje do krajnej polohy $+x_m$. Kmitanie s $\varphi = \pi / 4$ začína z polohy $x_m \sin(\pi / 4)$ a tiež v tomto momente smer kmitania je do krajnej polohy $+x_m$. Sínusoidy sa teda neprekrývajú, hovoríme, že kmitania sú navzájom fázovo posunuté. Napokon poznamenajme, že pri konštantnom x_m je poloha HB konajúceho kmity (1) v ľubovoľnom čase t daná jeho fázou $\omega t + \varphi$. Tiež dodajme, že keďže funkcia kosínus je funkcia sínus fázovo posunutá o $\pi / 2$, môžeme na popis jednoduchého harmonického pohybu rovnako dobre použiť funkciu kosínus. Tieto dve funkcie nazývame sínusoidálne, a preto procesy popísané jednou alebo druhou z nich nazývame sínusoidálne.



Obr. 2.

Mechanické vlny

Ako sme naznačili na začiatku predchádzajúcej časti, vlnenie je proces, pri ktorom vo všetkých bodoch priestoru, v ktorom existuje, sa periodicky mení nejaká fyzikálna veličina. Vlnenie môže existovať v materiálnom prostredí, ale aj vo vákuu. Vlnenie existujúce v materiálnom prostredí sa nazýva mechanické vlnenie.

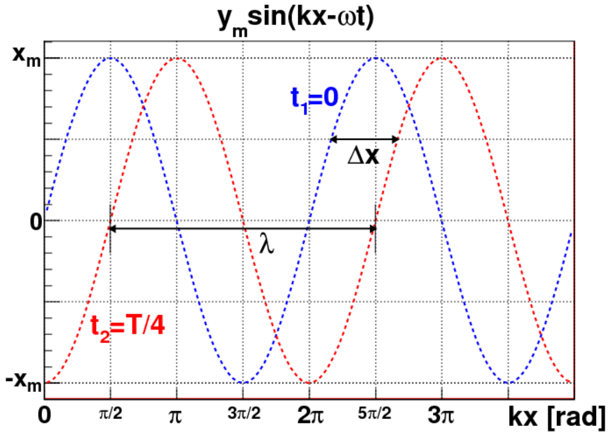
Vlnenie môže byť priečne a pozdĺžne. V priečnej vlne sú kmity fyzikálnej veličiny, ktoré vlnu predstavujú, kolmé na smer šírenia vlny. V pozdĺžnej vlne sú tieto kmity orientované v smere jej šírenia.

Priečne mechanické vlnenie môže existovať len v pružnom látkovom prostredí, t.j. prostredí, v ktorom existujú silové väzby medzi jeho elementami (časticami). Ak vychýlime niektorý element takéhoto prostredia z jeho rovnovážnej polohy, susedné elementy začnú naňho pôsobiť silami, ktoré majú tendenciu vracať ho späť do rovnovážnej polohy. Podľa zákona akcie a reakcie však aj vychýlený element pôsobí na susedné elementy silami, v dôsledku čoho sa aj tieto elementy prostredia vychýlia zo svojich rovnovážnych polôh. To spôsobí vychýlenie ďalších elementov z ich rovnovážnych polôh, a tak sa pôvodný mechanický rozruch postupne prenáša do ďalších častí prostredia. Hovoríme, že sa pružným látkovým prostredím šíri postupná mechanická vlna. Podobná úvaha platí pre pozdĺžne vlny šíriace sa v pružnom látkovom prostredí. Avšak v plynoch, a teda aj vo vzduchu, sú sily pôsobiace medzi dvoma časticami veľmi krátkodosahové a prejavujú sa prakticky len pri vzájomných zrážkach častíc. Plyny teda nie sú pružným látkovým prostredím. Preto sa v nich môžu šíriť len pozdĺžne mechanické vlny, ktoré vznikajú vzájomnými zrážkami častíc plynu.

Ako sme už naznačili v predchádzajúcom paragrafe, aby sa vlna látkovým prostredím šírila, musí nastať nejaký počiatočný rozruch, t.j. vlnenie musí mať zdroj. Ak tento zdroj harmonicky kmitá s periódou *T*, potom každý element oblasti prostredia, v ktorej vlnenie už existuje, bude kmitať s touto periódou a vzdialenosť, o ktorú sa vlnenie rozšíri za tento čas, sa nazýva vlnová dĺžka. Mechanická vlna v nejakom čase *t* je teda predstavovaná súborom výchyliek elementov prostredia, ktorým sa šíri, v tomto čase. Ak zdroj kmitá harmonicky kmitaním (1) s $\varphi = 0$, potom vlnu šíriacu sa napr. pozdĺž osi *x* popisuje rovnica

$$y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)\,. \qquad (3)$$

Rovnica (3) udáva v každom čase *t* výchylku elementu vlny v mieste *x*. Každý tento element kmitá kmitaním (1) s fázovou konštantou odpovedajúcou výchylke, ktorú tento element mal v momente, keď sme začali merať čas (predpokladáme, že vlna už predtým nejaký čas existovala). Číslo y_m v (3) je amplitúda vlny, ktorá je konštantná pre netlmené vlnenie. Premenná $k = 2\pi/\lambda$, kde λ je vlnová dĺžka vlny, sa nazýva vlnové číslo a ω je uhlová frekvencia vlny. S touto uhlovou frekvenciou kmitá zdroj, ako aj každý element vlny, a platia pre ňu tiež vzťahy (2).



Obr. 3.

Obr.3. ukazuje vlnu (3) v dvoch časových okamihoch – $t_1 = 0$ a $t_2 = T/4$. Tieto sínusoidy predstavujú súbory výchyliek z rovnovážnej polohy všetkých elementov vlny na osi *x* v týchto dvoch časových okamihoch, čo sa javí ako pohyb celej sínusoidy doprava, *t.j.* v kladnom smere osi *x*. Pri tomto pohybe sa každá výchylka vlny korešpondujúcej času $t_1 = 0$ posunie o rovnakú vzdialenosť Δx za čas $\Delta t = t_2 - t_1 = T/4$. Keďže každej výchylke odpovedá celkom určitá fáza $kx - \omega t$, znamená to, že každá fáza vlny (3) sa šíri rovnakou – fázovou – rýchlosťou υ, pre ktorú platí

$$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t}\,, \qquad (4)$$

alebo v limite pre $\Delta t \to 0$

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}\,. \qquad (5)$$

Ako vyplýva z toho, čo sme práve povedali, každý bod vlny si pri jej šírení zachováva svoju výchylku, *t.j.* na základe (3) zachováva si svoju fázu. Musí teda platiť

$$kx - \omega t = \text{konšt.} \qquad (6)$$

Derivovaním tejto rovnice podľa času dostaneme vyjadrenie pre fázovú rýchlosť postupnej mechanickej vlny šíriacej sa v kladnom smere osi *x*

$$\frac{dx}{dt} = \upsilon = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = f\lambda. \tag{7}$$

Rovnica (3) naozaj predstavuje vlnu postupujúcu v kladnom smere osi *x*, lebo aby platilo tvrdenie (6), musí pri narastajúcom čase *t* narastať *x*. Pre úplnosť uveďme rovnicu vlny postupujúcej v zápornom smere osi *x*

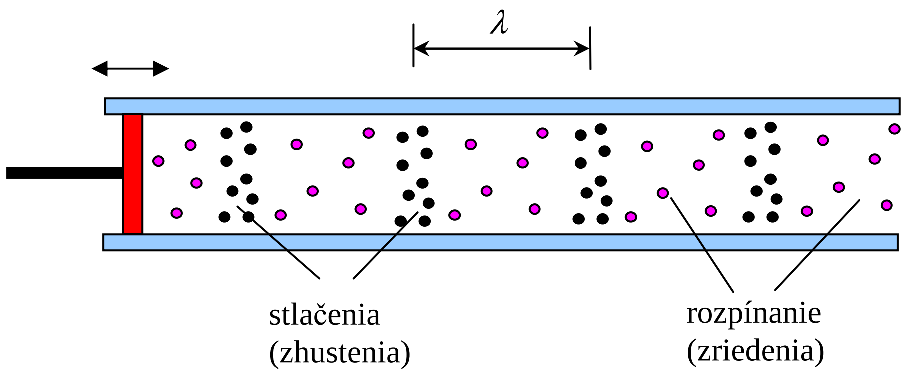
$$y(x,t) = y_m \sin(kx + \omega t)\ . \tag{8}$$

Evidentne konštantnosť fázy tejto vlny vyžaduje pri narastaní *t* pokles *x*. Fázová rýchlosť je čo do veľkosti tá istá ako v (7), líši sa len znamienkom “-”.

Upozornime, že na Obr.3 úsečka označená ako λ nie je vlnová dĺžka nakreslenej vlny, pretože vodorovná os má rozmer uhla. Týmto chceme len naznačiť, že jednej perióde funkcie sínus odpovedá jedna vlnová dĺžka vlny (3), resp. (8). Napr. ak uhlu $kx_1 = \pi/2$ odpovedá poloha $x_1 = 1$ m a uhlu $kx_2 = 5\pi/2$ odpovedá $x_2 = 5$ m v tom istom čase, je $\lambda = 4$ m. Ako je zrejme očividné z predchádzajúceho výkladu, tvar vlny v nejakom fixovanom čase *t* sa skladá z rovnakých “podtvarov”, pričom každému “podtvaru” odpovedá vzdialenosť na osi *x* rovná vlnovej dĺžke λ.

Zvukové vlny

Ako sme už povedali v časti o mechanických vlnách, vlny šíriace sa vo vzduchu môžu byť len pozdĺžne a sú dôsledkom vzájomného narážania častíc vzduchu. Ak tieto vlny majú určité frekvencie, počujeme zvuk. Zvukové vlny sú teda pozdĺžne mechanické vlny šíriace sa plynným prostredím, *t.j.* napr. vzduchom. Môžeme ich preto popísať sínusoidálnymi funkciami typu (3), resp. (8), ktoré udávajú v každom čase *t* výchylku elementu vzduchu z jeho rovnovážnej polohy, ktorá má rovnaký smer ako šíriaca sa zvuková vlna.



Obr. 4.

Obr. 4 ukazuje zvukovú vlnu šíriacu sa trubicou doprava, t.j. v kladnom smere osi *x*. Táto vlna je produkovaná harmonickým kmitaním piesta, ktorý uzatvára trubicu na jej ľavom konci. Keď sa piest pohybuje doprava, vychýlia sa elementy vzduchu vedľa neho, pričom dochádza k stlačeniu tohto vzduchu a tým k jeho zhusteniu, a teda k nárastu tlaku vzduchu oproti pôvodnému. Naopak pri pohybe piesta doľava vracia sa tento istý vzduch späť, pretože sa vedľa piesta vytvorí prakticky prázdny priestor s prakticky nulovým tlakom – vzduch sa rozpína, a teda dochádza k jeho zriedeniu, t.j. tlak vzduchu bude nižší ako pôvodný. Elementy vzduchu vedľa piesta po vychýlení z ich rovnovážnych polôh v dôsledku pohybu piesta budú narážať na susedné elementy vzduchu, atď., takže trubicou sa bude šíriť postupnosť zhustení a zriedení vzduchu – zvuková vlna. Keďže piest kmitá harmonicky, sú tieto zhustenia a zriedenia dôsledkom harmonicky kmitajúcich elementov vzduchu pozdĺž trubice, a budú sa teda periodicky opakovať s periódou T a vlnovou dĺžkou λ. Ak vypočítame rozdiely pôvodného tlaku vzduchu a tlaku vzduchu v jednotlivých bodoch vlny, *t.j.* zmeny tlaku vzduchu vo vlne oproti pôvodnému tlaku, dostaneme tiež harmonickú vlnu. Zvukové vlny teda charakterizujeme nielen výchylkami elementov vzduchu, ale aj zmenami tlaku vzduchu. Ak výchylky elementov vzduchu popíšeme sínusoidálnou vlnou šíriacou sa v kladnom smere osi x

$$s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t)\,, \tag{9}$$

potom možno ukázať, že tlakové zmeny odpovedajúce tejto vlne sú dané rovnicou

$$\Delta p = \Delta p_m \sin(kx - \omega t)\,. \tag{10}$$

Vo vzťahoch (9) a (10) veličiny k a ω sú vlnové číslo a uhlová frekvencia, ktoré sú spoločné obom vlnám, s_m je amplitúda kmitov elementov vzduchu a Δp_m je amplitúda zmeny tlaku vzduchu vo zvukovej vlne, ktorá je oveľa menšia ako tlak vzduchu pri neexistencii vlnenia. Platí

$$\Delta p_m = \upsilon \rho \omega s_m\,, \tag{11}$$

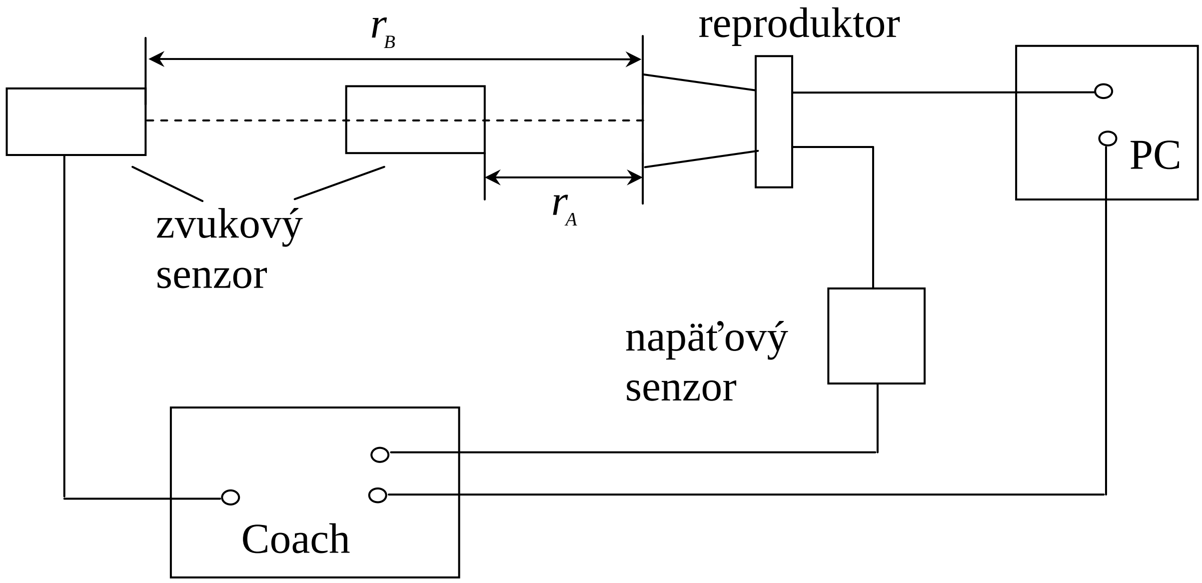
kde υ je fázová rýchlosť vĺn (9) a (10) a ρ je hustota vzduchu. Všimnime si, že vlny (9) a (10) sú fázovo posunuté o $\pi/2$ (alebo 90º), takže napr. zmena tlaku Δp je nulová vo všetkých miestach vlny, kde výchylka $s(x,t)$ je maximálna. Kladné Δp odpovedá zhusteniam, záporné Δp zriedeniam vzduchu vo zvukovej vlne.

Na tomto mieste by sme sa chceli zmieniť ešte o jednom aspekte šírenia zvuku. Ako vieme zo skúsenosti, s rastúcou vzdialenosťou od zdroja zvukového vlnenia zvuk postupne klesá. Je to dané dvoma dôvodmi. Prvý je ten, že zvuk sa šíri nielen v smere kmitania zdroja, ktorý udeľuje susedným molekulám pohybujúcim sa chaoticky zložku rýchlosti pozdĺž smeru jeho kmitania, ale aj vo všetkých ostatných smeroch, a to v dôsledku toho, že zrážky medzi molekulami vzduchu pri šírení pozdĺžneho vlnenia nie sú vždy centrálne. Pri necentrálnych zrážkach spôsobených šíriacim sa pozdĺžnym vlnením molekuly vzduchu nadobúdajú zložku rýchlosti v rôznych smeroch vzhľadom na smer kmitania zdroja tohto vlnenia. To znamená, že so stúpajúcou vzdialenosťou od zdroja vlnenia sa zložka rýchlosti postupného pohybu molekúl pozdĺž smeru kmitania zdroja postupne zmenšuje, t.j. molekuly na seba narážajú so stále menšou pozdĺžnou zložkou rýchlosti, a teda zhustenia vzduchu sú stále redšie a rozmernejšie, čiže zmena tlaku vzduchu klesá k nule. Poznamenajme, že pre guľový zdroj zvukového vlnenia, čo je guľa periodicky meniaca svoj polomer, bude logicky rozdelenie kinetickej energie ním udelenej susedným molekulám vzduchu rovnomerné vo všetkých smeroch. Pri plošnom zdroji, ktorý môže byť realizovaný napr. doskou periodicky kmitajúcou pozdĺž úsečky, hlavná časť kinetickej energie bude rozdelená do smerov nie príliš sa odchyľujúcich od smeru kmitania zdroja.

Druhý dôvod slabnutia zvuku so stúpajúcou vzdialenosťou od jeho zdroja je ten, že zrážky medzi molekulami v pozdĺžnej vlne šíriacej sa vzduchom nie sú dokonale pružné, pretože dvojatómové molekuly vzduchu (99% vzduchu tvoria dvojatómové molekuly dusíka a kyslíka) majú aj rotačné a vibračné stupne voľnosti, a teda kinetická energia udelená molekulám vzduchu zdrojom zvuku sa pri týchto zrážkach sčasti mení aj na energiu ich rotácie a vibrácie.

Meranie rýchlosti zvuku

Rýchlosť zvuku je fázová rýchlosť zvukovej vlny, ktorú budeme reprezentovať zmenami tlaku vzduchu, t.j. rovnicou (10). Rýchlosť zvuku budeme merať dvoma spôsobmi – z oneskorenia zvukovej vlny detekovanej zvukovým senzorom za napätím vstupujúcim do reproduktora a pomocou šírenia zvukového impulzu v trubici.



Obr. 5.

I. Na meranie rýchlosti zvuku z oneskorenia zvukovej vlny za napätím v reproduktore použijeme aparatúru schematicky vyobrazenú na Obr. 5. Zvuk je generovaný a transformovaný na sínusoidálne napätie v našom počítači (PC). Sínusoidálne napätie je privádzané do reproduktora, kde sa toto napätie transformuje na mechanické kmity (pozri časť "Mechanické kmity"). Tieto kmity rozkmitávajú okolité elementy vzduchu. Vzniká tak mechanický rozruch, ktorý sa šíri vzduchom ako postupná pozdĺžna mechanická vlna – zvuková vlna. Túto vlnu detekujeme vo zvukovom (tlakovom) senzore a pomocou **IP Coach** zobrazíme na obrazovke počítača. Napätie je detekované napäťovým senzorom a je takisto pomocou **IP Coach** zobrazené na obrazovke počítača. Obe veličiny – zvuk, *t.j.* tlakové zmeny v mieste zvukového senzora, a napätie – sú zobrazené do jedného grafu. Ako ilustruje aj Obr. 6, obe sínusoidy sú fázovo posunuté. Dôvod je logický – zvukový senzor je v určitej vzdialenosti od reproduktora, a teda určitá fáza zvukovej vlny odchádzajúca z reproduktora (fáza mechanických kmitov reproduktora) príde do zvukového senzora (t.j. zmena tlaku vzduchu v mieste zvukového senzora nadobudne túto fázu kmitov) s určitým časovým oneskorením. Práve tento fakt, ako sme už naznačili v predchádzajúcom texte, použijeme na meranie rýchlosti zvuku vo vzduchu.

Uvažujme situácie ako na Obr. 6a,b. Tieto obrázky predstavujú záznamy výchylky napätia z rovnovážnej polohy v napäťovom senzore a výchylky zmeny tlaku vzduchu okolo rovnovážnej polohy v zvukovom senzore ako funkcie času. *T.j.* sú to záznamy kmitov napätia a zmeny tlaku vzduchu. Ako vidíme, v čase $t = 0$ sú obecne výchylky napätia a zmeny tlaku vzduchu nenulové. Ide teda o kmitanie s nenulovou počiatočnou fázou. Toto je dôsledkom toho, že kmity oboch veličín začneme zaznamenávať až po tom, čo už sú napätie a zvuk nejaký čas generované. Nedostaneme teda taký graf, v ktorom by napätie vychádzalo v čase $t = 0$ a zvuk v nejakom neskoršom čase *t* od nuly.

Vyberme si ľubovoľnú fázu kmitov napätia – bez ujmy na všeobecnosti nulovú fázu, alebo maximum, či minimum. Tejto fáze korešponduje čas t_1. Zvukový senzor zaznamená túto fázu kmitov v neskoršom čase t_2. Príklady takejto situácie sú zobrazené na Obr. 6a guličkami a na Obr. 6b štvorčekmi. Rovnosť fáz v týchto dvoch časových okamihoch na základe (1) znamená

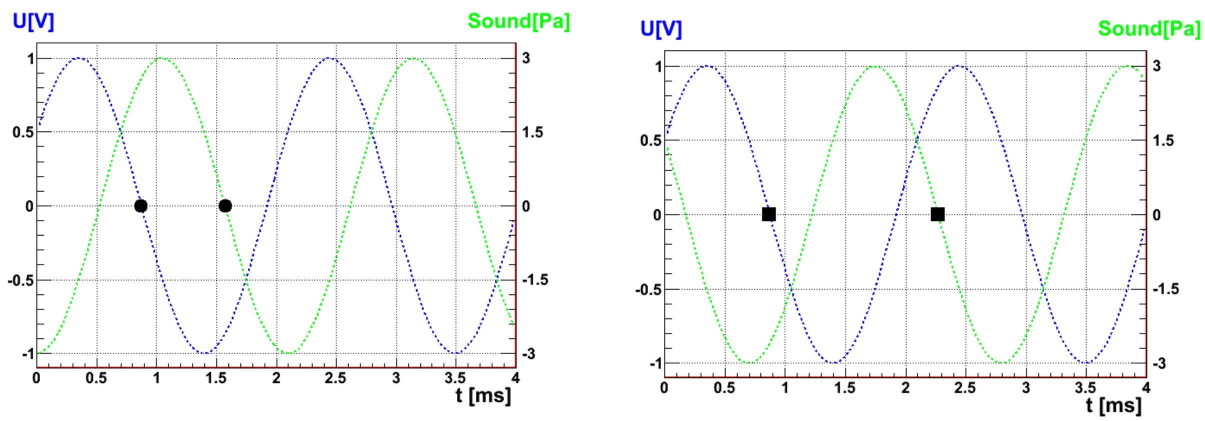
$$\omega t_1 + \varphi_1 = \omega t_2 + \varphi_2 , \qquad (12)$$

kde, ako je zrejmé, φ_1 je počiatočná fáza kmitov napätia a φ_2 je počiatočná fáza kmitov zmeny tlaku vzduchu vo zvukovom senzore. Ak teda poznáme frekvenciu kmitov, ktorá je rovnaká pre zvuk i napätie, a počiatočné fázy φ_1 a φ_2, vieme určiť čas $\Delta t = t_2 - t_1$, za ktorý sa ľubovoľná fáza kmitov zmeny tlaku vzduchu v reproduktore dostane z reproduktora do zvukového senzora. Analýzou grafov ako na Obr. 6a,b sme zistili, že v niektorých prípadoch treba pripočítať k ľavej strane (12) číslo 2π, resp. odčítať od pravej strany (12) toto číslo. Poznamenajme, že hodnota výchylky napätia, resp. zmeny tlaku vzduchu sa tým nezmení. Potom pre hľadané oneskonerenie zvukového signálu voči napätiu dostaneme vzorec

$$\Delta t = \frac{\Delta\Phi}{\omega} , \qquad \Delta\Phi = \varphi_1 - \varphi_2 \quad \text{alebo} \quad \Delta\Phi = 2\pi + \varphi_1 - \varphi_2 . \qquad (13)$$

Ktorá z dvoch možností pre $\Delta\Phi$ je správna pre konkrétnu situáciu, bude uvedené v časti “Postup”. Ak teda poznáme vzdialenosť od reproduktora k zvukovému senzoru, môžeme jej vydelením časom Δt zistiť rýchlosť zvuku vo vzduchu.

Pri samotnom meraní umiestnime najskôr zvukový senzor vo vzdialenosti x_A od reproduktora (Obr. 5). Potom, čo zaznamenáme pomocou PC priebeh napätia a zvuku v oboch príslušných senzoroch, nájdeme na základe (13) čas Δt_A, za ktorý sa určitá fáza zmeny tlaku vzduchu dostane z reproduktora do zvukového senzora. Po posunutí zvukového senzora do vzdialenosti $x_B > x_A$ od reproduktora (Obr. 5) nájdeme opäť na základe (13) čas Δt_B, za ktorý sa ľubovoľná fáza zmeny tlaku vzduchu dostane z reproduktora do x_B. Ak potom vypočítame $\Delta t = \Delta t_A - \Delta t_B$ a $\Delta x = x_B - x_A$, môžeme rýchlosť zvuku vo vzduchu vypočítať jednoducho zo vzorca



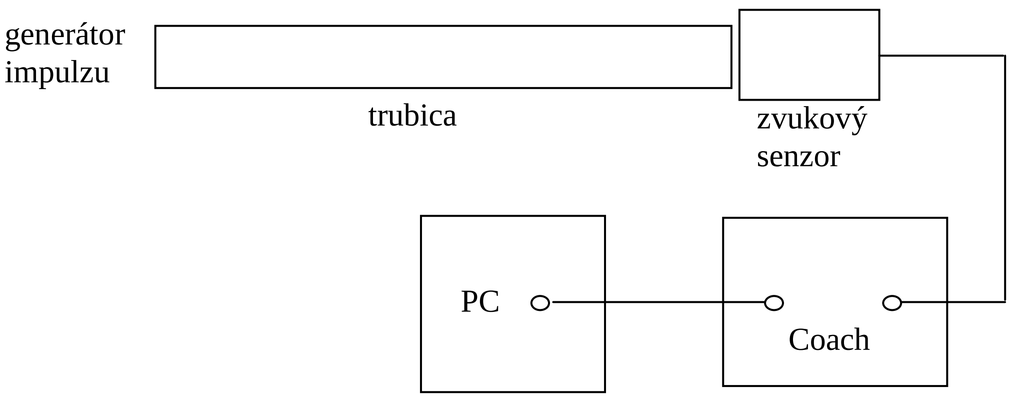
Obr. 6a,b.

$$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} . \qquad (14)$$

II. Schéma aparatúry, ktorú použijeme na meranie zvuku pomocou šírenia zvukového impulzu v trubici, je na Obr. 7. Na voľnom konci trubice vygenerujeme veľmi krátky zvukový impulz, napr. tlesknutím. Tento impulz sa šíri trubicou k jej druhému koncu, tesne pri ktorom je umiestnený zvukový senzor. Časť impulzu sa odrazí, časť pokračuje ďalej a je teda detekovaná senzorom. Keď odrazená časť impulzu príde na voľný koniec trubice, časť z nej sa opäť odrazí a časť pokračuje ďalej. Z tejto odrazenej časti zvukový senzor opäť časť detekuje, atď. Ak teda poznáme dĺžku trubice a zistíme čas medzi dvoma po sebe idúcimi impulzami detekovanými zvukovým senzorom Δt, môžeme z rovnice (14), kde Δx je rovné dvakrát dĺžka trubice, vypočítať rýchlosť zvuku vo vzduchu.

Situácia je ilustrovaná na Obr. 8, kde je znázornená časová závislosť zvukového signálu vyprodukovaného tlesknutím pri voľnom konci trubice detekovaného zvukovým senzorom. Impulz šíriaci sa trubicou je predstavovaný výraznými píkmi, ktoré sú dobre odlíšiteľné od pozadia. Ako vidíme, výška píkov s časom klesá, čo je dané tým, že na konci trubice vždy časť signálu prechádza ďalej a časť sa odráža a samozrejme nastáva aj tlmenie vlnenia v dôsledku nepružnosti zrážok molekúl vzduchu, o čom sme hovorili v časti “Zvukové vlny”. Tu sme tiež hovorili o tom, že zvuková vlna je periodická postupnosť zhustení a zriedení vzduchu vybudená periodickým kmitaním jej zdroja.

Obr. 8 ukazuje, že tlesknutím vygenerovaný zvukový impulz je tvorený zhustením vzduchu, za ktorým hneď nasleduje zriedenie, pričom princíp vzniku a šírenia takéhoto impulzu je podobný, ako princíp šírenia zvukovej vlny. Tlesknutím udelíme molekulám vzduchu nachádzajúcim sa blízko dlaní kinetickú energiu v určitom smere (ktorá sa naloží na kinetickú energiu ich tepelného pohybu). V dôsledku toho tieto molekuly narážajú na susedné molekuly nachádzajúce sa v tomto smere trochu ďalej od dlaní. Vzniká tak zhustenie molekúl a hneď za ním oblasť zriedenia, pretože väčšina molekúl, ktorá bola predtým v tejto oblasti je teraz v oblasti zhustenia. Molekuly tohto zhustenia narážajú na ďalšie susedné molekuly v smere šírenia sa signálu. Tým nastáva vznik ďalšieho zhustenia a za ním nasledujúceho zriedenia a zánik pôvodného zhustenia a zriedenia, pretože molekuly pôvodného zhustenia sa vracajú do oblasti zriedenia nasledujúcej za ním.



Obr. 8.

Predpokladanú rýchlosť zvuku vo vzduchu možno vypočítať z empirického vzťahu

$$\upsilon = 331.6 + 0.6t \,, \qquad (15)$$

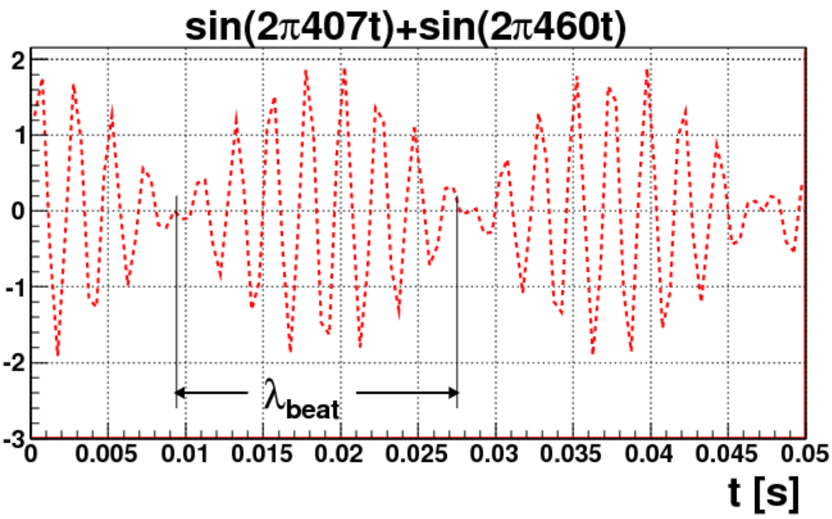
kde υ je v ms^{-1} a t je v stupňoch Celzia.

Rázy

Niekedy nastáva situácia, keď sa oblasťou priestoru šíri viacero vlnení, ktoré sa môžu v určitom mieste prekrývať. Vtedy dochádza k javu, ktorý nazývame interferencia – skladanie – vlnení. Predpokladajme, že sa takto stretávajú dve vlnenia o dvoch rôznych, ale svojimi hodnotami blízkych frekvenciách. Vtedy, ak sa nachádzame v mieste tohto stretnutia, počujeme zvuk s periodicky narastajúcou a klesajúcou intenzitou – rázy. Príklad rázov pre ľubovoľný typ vlnenia vidíme na Obr. 9, ktorý zobrazuje kmity o relatívne veľkej frekvencii s amplitúdou oscilujúcou s relatívne malou frekvenciou.

Teraz odvodíme vzťahy, ktoré vyjadrujú hodnoty týchto dvoch frekvencií pomocou frekvencií skladajúcich sa signálov. Predpokladajme preto, že časové zmeny výchylky – kmitanie – elementu vzduchu v mieste, kde sa prekrývajú dve zvukové vlny, by boli dané rovnicami

$$s_1(t) = s_m \cos\omega_1 t \,, \qquad s_2(t) = s_m \cos\omega_2 t \,. \qquad (16)$$



Obr. 9.

Pre jednoduchosť predpokladáme rovnaké amplitúdy oboch vĺn, nulové fázové konštanty a kmitanie v tom istom smere. Výsledkom skladania kmitaní (16) bude teda na základe princípu superpozície kmitanie

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) = s_m(\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t). \tag{17}$$

Použijúc známu trigonometrickú identitu

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta) \tag{18}$$

prejde (17) do tvaru

$$s(t) = 2s_m\cos\frac{1}{2}(\omega_1-\omega_2)\cos\frac{1}{2}(\omega_1+\omega_2). \tag{19}$$

Zavedením označení

$$\omega' = \frac{1}{2}(\omega_1-\omega_2), \qquad \omega = \frac{1}{2}(\omega_1+\omega_2) \tag{20}$$

môžeme teda výchylku $s(t)$ elementu prostredia v mieste, kde sa skladajú dve zvukové vlny, napísať v tvare

$$s(t) = 2s_m\cos\omega' t\cos\omega t. \tag{21}$$

Ak teraz predpokladáme, že uhlové frekvencie ω_1 a ω_2 sú relatívne veľké a majú veľmi blízke hodnoty, tak bude $\omega' << \omega$. To znamená, že kým sa $\cos\omega' t$ zmení o pol periódy, funkcia $\cos\omega t$ vykoná relatívne veľa kmitov. Môžeme teda za týchto podmienok nazerať na rovnicu (19), resp. (21), ako na rýchlo kmitajúcu funkciu kosínus, ktorou je v tomto prípade funkcia $\cos\omega t$, ktorej amplitúda sa pomaly periodicky mení. Tejto amplitúde korešponduje teda funkcia $2s_m\cos\omega' t$. Keďže maximálna amplitúda kmitania (19), resp. (21) sa dosiahne vždy, keď $\cos\omega' t$ nadobudne svoju maximálnu absolútnu hodnotu, t.j. +1 alebo -1, sú uhlová frekvencia a frekvencia rázov (po anglicky "beats") dané vzorcami

$$\omega_{beat} = 2\omega' = \omega_1 - \omega_2, \qquad f_{beat} = f_1 - f_2. \tag{22}$$

Frekvencia f_{beat} teda udáva, koľkokrát sa ráz opakuje za jednotku času. Vlnová dĺžka rázov λ_{beat} teda odpovedá dĺžke jedného rázu, ako je naznačené na Obr. 9. Upozornime však, že na horizontálnej osi grafu na Obr. 9 je čas, t.j. dĺžka naznačenej úsečky nie je vlnová dĺžka rázu. Tú by sme získali, keby sme dĺžku tejto úsečky v sekundách vynásobili fázovou rýchlosťou vlnenia korešpondujúceho uhlovej frekvencii ω.

Napokon poznamenajme, že podobné úvahy by sme mohli alternatívne urobiť namiesto pre výchylku elementu vzduchu v mieste dvoch stretávajúcich sa zvukových vĺn pre zmeny tlaku vzduchu v tomto mieste. Keďže tieto sú úmerné funkcii sínus [pozri rovnicu (10)], použili by sme namiesto (18) trigonometrickú identitu

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\,, \tag{23}$$

t.j. dostali by sme tie isté rázy len s tým rozdielom, že kmitanie tlakových zmien s frekvenciou ω by bolo fázovo posunuté o $\pi/2$ voči kmitaniu elementu vzduchu s touto frekvenciou v mieste skladania pôvodných vlnení.