PRÍKLADY PRE FPV.

Zadanie č. 1. (15. 11. 2005)

Fotoelektrický jav

1.1 Okolo roku 1916 R. A. Millikan zmeral vo svojich fotoelektrických experimentoch nasledujúce dáta pre závislosť brzdného potenciálu od vlnovej dĺžky pre lítium:

Vlnová dĺžka [nm]	433.9	404.7	365	312.5	253.5
Brzdný potenciál [V]	0.55	0.73	1.09	1.67	2. 57

Použijúc tieto dáta urobte graf závislosti brzdného potenciálu od frekvencie dopadajúceho svetla a z tohoto grafu určte Planckovu konštantu h a výstupnú prácu Φ pre lítium.

Návod na riešenie: Einsteinova rovnica pre fotoelektrický jav znie

$$hf = E_{kmax} + \Phi, \tag{1}$$

kde h je Planckova konštanta, $f = c/\lambda$ ($c = 299\,792\,458$ ms^{-1} je rýchlosť svetla vo vákuu) je frekvencia fotónu dopadajúceho na terčík vyrobený zo študovaného materiálu, v tomto prípade lítia, Φ je výstupná práca materiálu a E_{kmax} je maximálna kinetická energia, ktorú môže dosiahnuť elektrón uvoľnený z lítia dopadajúcim fotónom. Túto kinetickú energiu dosiahne elektrón vtedy, ak sa pri jeho uvoľnení z terčíka spotrebuje len energia rovná výstupnej práci Φ.

Pre maximálnu kinetickú energiu platí

$$E_{kmax} = eV_{stop}, \tag{2}$$

kde $e = 1.602 \times 10^{-19}$ C je náboj elektrónu a V_{stop} je brzdný potenciál, t. j. napätie medzi katódou a anódou fotónky, pri ktorom je elektrón s kinetickou energiou E_{kmax} práve zastavený pred dopadom na anódu. Skombinovaním rovníc (1) a (2) a po malej úprave dostaneme vzťah

$$V_{stop} = \frac{h}{e}f - \frac{\Phi}{e}. \tag{3}$$

Rovnica (3) predstavuje rovnicu priamky so smernicou h/e a vzdialenosťou priesečníka tejto priamky s osou y od počiatku Φ/e. Zistite teda z grafu tieto hodnoty a z nich vypočítajte h a Φ. Teoretická hodnota pre Planckovu konštantu je $h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js.

1.2 Vlnová dĺžka korešpondujúca cutoff frekvencii (frekvencia fotónu, pre ktorú má tento energiu rovnajúcu sa výstupnej práci materiálu, na ktorý dopadá) pre striebro je 325 nm. Nájdite maximálnu kinetickú energiu elekrónov uvoľnených z povrchu strieborného terčíka v dôsledku dopadajúceho ultrafialového žiarenia s vlnovou dĺžkou 254 nm.

Comptonov jav

1.3 Gama lúče, ktorým korešponduje energia fotónu 0.511 MeV, dopadajú na terčík vyrobený z hliníka a sú rozptyľované slabo viazanými elektrónmi v rôznych smeroch. (a) Aká je vlnová dĺžka dopadajúcich gama lúčov? (b) Aká je vlnová dĺžka gama lúčov rozptyl'ovaných pod uhlom 90° vzhl'adom k smeru dopadajúcich lúčov? (c) Aká je energia fotónu korešpondujúceho lúčom rozptyl'ovaným v tomto smere? V (b) a (c) použite vzt'ah

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi), \tag{4}$$

kde λ' je vlnová dĺžka vlnenia rozptýleného na častici o hmotnosti m pod uhlom ϕ vzhl'adom k smeru dopadajúcich lúčov, λ je vlnová dĺžka dopadajúcich lúčov, h je Planckova konštanta a c je rýchlost' svetla vo vákuu.

1.4 Použijúc vzt'ah (4) ukážte, že $\Delta E/E$ – pomerná strata energie fotónu počas zrážky s časticou o hmotnosti m – je daná rovnicou

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{hf'}{mc^2}(1 - \cos\phi), \tag{5}$$

kde E je energia dopadajúceho fotónu a f' je frekvencia fotónu rozptýleného po zrážke pod uhlom ϕ vzhl'adom k smeru dopadajúceho fotónu.

Vlnové vlastnosti častíc

1.5 Nerelativistická častica sa pohybuje 3-krát rýchlejšie ako elektrón. Pomer de Broglieho vlnovej dĺžky častice a de Broglieho vlnovej dĺžky elektrónu je 1.813×10^{-4}. Na základe výpočtu jej hmotnosti zistite, o akú časicu ide. Odpoved' je neutrón.

1.6 Aké urýchl'ujúce napätie by bolo potrebné na urýchlenie elektrónov v elektrónovom mikroskope, aby mal mikroskop takú istú rozlišovaciu schopnost', akú by sme získali použitím 100 keV gama lúčov?

Bohrov model atómu

1.7 Vlnové dĺžky hlavnej čiary Lymanovej série a a hranica Balmerovej série v spektre vodíkového atómu sú λ_{12} = 121,5 nm a $\lambda_{2\infty}$=365 nm. Na základe týchto údajov vypočítajte ionizačnú energiu atómu vodíka a overte získaný výsledok použitím vzt'ahu pre energiu elektrónu v atóme vodíka na energetických hladinách s hlavným kvantovým číslom n

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, ... \tag{6}$$

kde $m = 9.11 \times 10^{-31}$ kg je hmotnost' elektrónu, e je vel'kost' náboja elektrónu, $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ Fm^{-1} a h je Planckova konštanta.

1.8 Schrödingerova rovnica pre stavy atómu vodíka, pre ktoré orbitálne kvantové číslo l sa rovná nule, je

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2\frac{d\psi}{dr}) + \frac{8\pi^2 m}{h^2}[E - U(r)]\psi = 0, \tag{7}$$

kde elektrostatická potenciálna energia sústavy protón-elektrón je

$$U = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} \tag{8}$$

a r je radiálna vzdialenost' elektrónu od jadra, t. j. od protónu. Overte, že vlnová funkcia

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{\pi}a^{3/2}}\exp^{-r/a}, \quad a = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi me^2}, \tag{9}$$

ktorá opisuje základný stav atómu vodíka, je riešením tejto rovnice. E v (7) určite z (6).