

Základy optických systémov

Norbert Tarjányi, Katedra fyziky, EF ŽU
tarjanyi@fyzika.uniza.sk

Prístupy v šúdiu optických javov

- **Geometrická optika** – zákony žiarenia založené na priamočiarom šírení sa, ktoré platia v rozmeroch značne väčších ako je vlnová dĺžka žiarenia.
- **Vlnová optika** – vlnové vlastnosti žiarenia, pričom sa jedná o také veľké množstvá žiarivej energie, že nie je potrebné sa zaoberať jej nespojitosťou.
- **Kvantová optika** – elementárne vlastnosti žiarenia, najmä generácia a absorpcia, pri ktorých sa zreteľne uplatňuje kvantová povaha žiarenia.

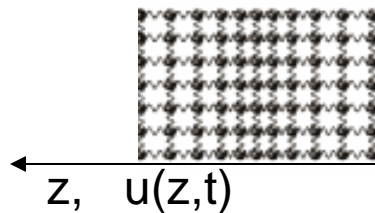
Vlastnosti svetla

- Na svetlo sa budeme pozerat' z pohľadu vlnovo-časticovej duality

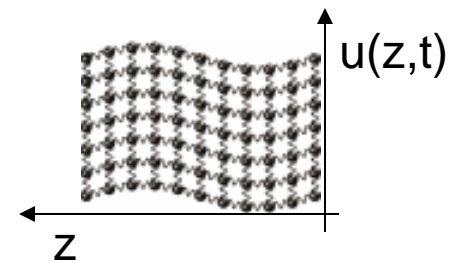
Vlnenie

Vlnenie je fyzikálny dej, ktorý spočíva v časovej a priestorovej periodickej zmene stavu prostredia, pričom dochádza k prenosu energie, ale nedochádza k prenosu látky.

Vlnenie: mechanické, akustické, elektromagnetické, **svetelné** (špeciálny prípad elektromagnetických vln),...



Pozdĺžne (longitudálne) vlny



Priečne (transverzálne) vlny

Svetelná vlnoplocha

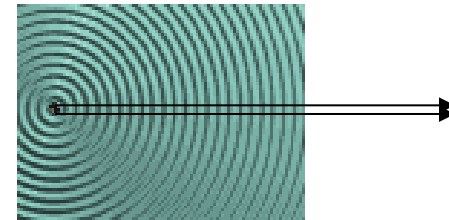
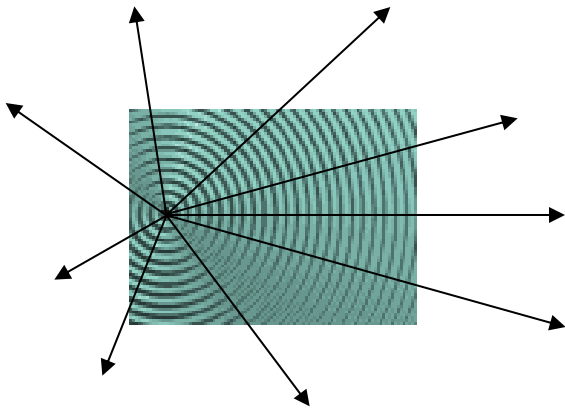
- Z bodového zdroja sa svetlo šíri v priestore vo forme guľových vln – **vlnoplocha** má tvar guľovej plochy



- **Vlnoplocha** – rovina, v ktorej body kmitajú s rovnakou fázou
- V dostatočne veľkej vzdialenosti od zdroja možno guľovú vlnu za určitých podmienok považovať za rovinnú vlnu – vlnoplocha je rovina

Svetelný lúč

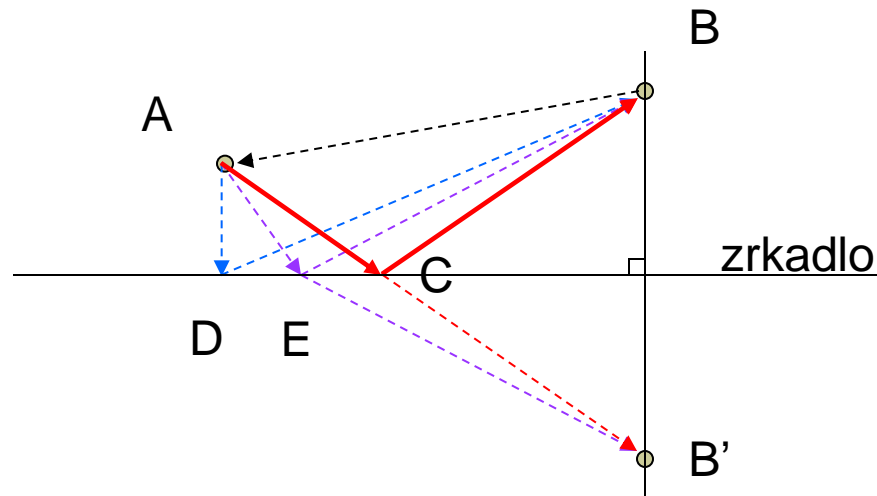
- Lúč - priamka kolmá na vlnoplochu a orientovaná v smere šírenia sa vlny



Svetelný lúč – zidealizovaný úzky svetelný zväzok, ktorý sa používa pri opise šírenia sa svetla optickou sústavou

Fermatov princíp

- Fermatov princíp – princíp najkratšieho času: zo všetkých možných dráh, ktorými je možné sa dostať z jedného bodu priestoru do druhého bodu si svetlo „vyberá“ takú dráhu, na prejdenie ktorej potrebuje najkratší čas.



Fermatov princíp

- Z Fermatovho princípu vyplýva, že v homogénnom prostredí sa svetlo šíri priamočiarno.



Vplyv prostredia na šírenie sa svetla

Vo vákuu sa svetlo šíri rýchlosťou

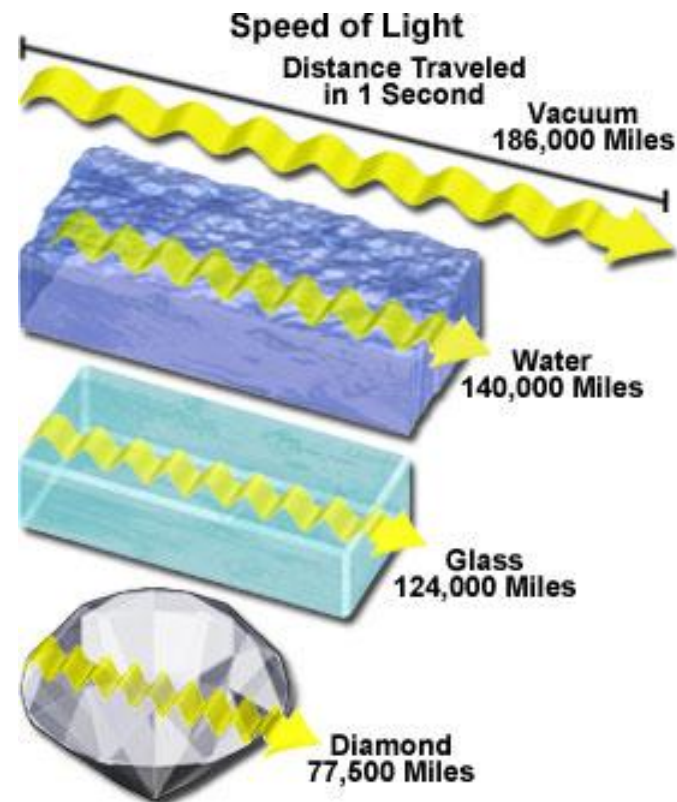
$$c = 2.99792458 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

V každom inom reálnom prostredí sa svetlo šíri rýchlosťou

$$v \leq c$$

Zmena rýchlosti šírenia sa svetelnej vlny v prostredí odlišnom od vákuua je spôsobená interakciou elektromagnetickej vlny s atómami (elektrónmi) daného prostredia.

Ak sa pri prechode látkou svetelná vlna „rozloží“ na dve navzájom kolmo polarizované vlny, ktoré sa šíria odlišnou rýchlosťou, pozorujeme **dvojlom**.



Vplyv prostredia na šírenie sa svetla

- Pomer rýchlosti šírenia sa svetla vo vákuu k rýchlosti svetla v danom prostredí sa nazýva **absolútny index lomu** prostredia
- Pomer absolútnych indexov lomu dvoch prostredí sa nazýva **relatívny index lomu**

$$\begin{array}{l} v_1 - \text{vzduch} \\ v_2 - \text{sklo} \end{array} \quad \begin{array}{l} n_1 = \frac{c}{v_1}, \\ n_2 = \frac{c}{v_2}, \end{array} \quad \begin{array}{l} n_1 \doteq 1 \\ n_2 \doteq 1.5 \end{array}$$

absolútny index lomu

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$$

relatívny index lomu

Vplyv prostredia na šírenie sa svetla

Index lomu

Pri štúdiu šírenia sa svetla v prostredí je výhodné hovoriť o jeho optických vlastnostiach z hľadiska indexu lomu, ktorý v komplexnom tvare budeme zapisovať ako

$$N = n - ik_{\alpha}$$

Symbol n predstavuje reálnu časť indexu lomu a k_{α} je tzv. **extinkčný koeficient**. Zavedenie komplexného indexu lomu predstavuje len ďalší spôsob vyjadrenia optickej odpovede prostredia na svetelnú vlnu, ktorá sa v ňom šíri.

Optická dráha – súčin indexu lomu prostredia a dĺžky geometrickej dráhy, ktorú svetlo v danom prostredí prešlo.

Vplyv prostredia na šírenie sa svetla

- Pôvod indexu lomu je vo vzájomnom pôsobení striedavého elektromagnetického poľa svetelnej vlny so systémom častíc tvoriacich látku, ktoré v dôsledku svojich elektrických alebo magnetických vlastností môžu reagovať na vonkajšie pole. Pohybom týchto častíc vzniká vlastné sekundárne elektromagnetické pole, ktoré interferuje s pôvodným poľom a vzniká zmenené pole, ktorého časová závislosť je zhodná s pôvodným poľom, len je posunutá o určitú fázu.

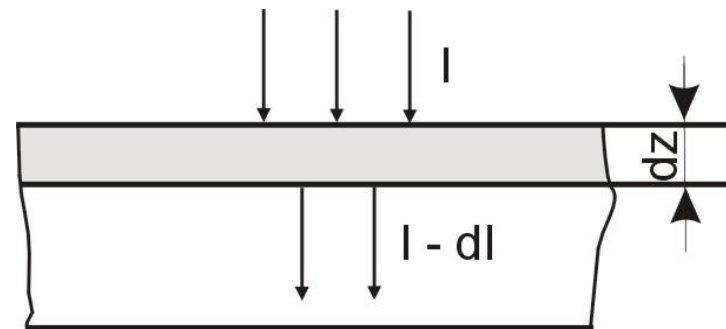
Vplyv prostredia na šírenie sa svetla

■ Absorpcia

- Keď zväzok monochromatického svetla prechádza reálnym prostredím, dochádza k znižovaniu jeho intenzity v dôsledku tzv. absorpcie.

- Absorbovaná intenzita dI

je úmerná intenzite dopadajúcej na vrstvu a hrúbke absorbujúcej vrstvy dz

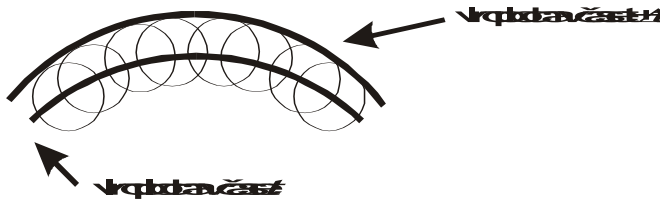
$$-dI = \alpha I dz$$


Bougeurov – Lambertov zákon

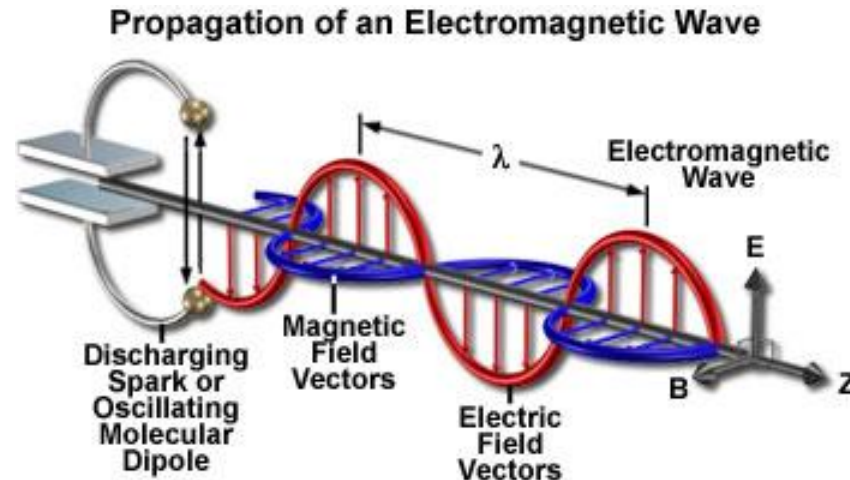
$$I = I_0 e^{-\alpha z}$$

Šírenie sa elektromagnetickej vlny

Huygens-Fresnelov princíp



Vlnenie sa šíri v priestore tak, že všetky body, do ktorých vlnenie dorazí sa stávajú bodovými zdrojmi elementárneho vlnenia, ktoré sa okolo každého bodu rozšíri na elementárne vlnoplochy. Nová výsledná vlnoplocha je obálkou všetkých elementárnych vlnoplôch v smere, v ktorom sa vlnenie šíri.



Maxwellove rovnice

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Materiálové vzťahy

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \vec{H} + \vec{M}$$

Konkrétna „podoba“ MR a materiálových vzťahov závisí od konkrétneho prostredia, v ktorom vyšetrujeme existenciu elmag. vln.

Vlastnosti svetla

Svetelná vlna: je **priečna** elektromagnetická vlna, ktorá je riešením vlnovej rovnice odvodenej z Maxwellových rovníc

Pre prostredie bez zdrojov:

Elektrické pole

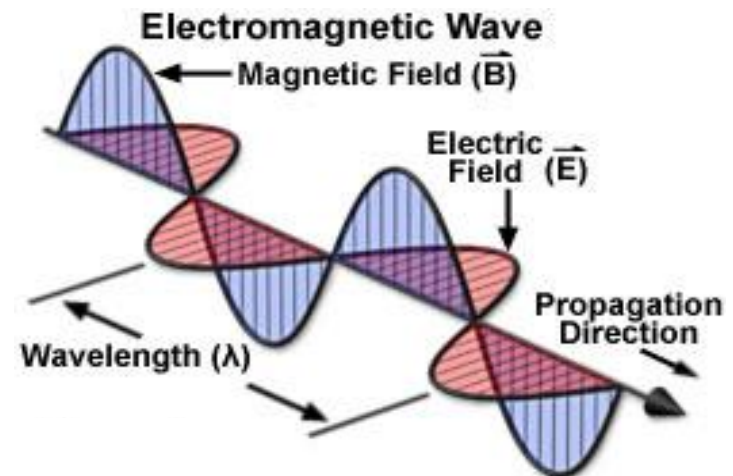
$$\nabla^2 \vec{E} = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \alpha(\vec{r}))}$$

Magnetické pole

$$\nabla^2 \vec{H} = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \alpha(\vec{r}))}$$



Vlastnosti svetla

Ak máme harmonickú rovinnú vlnu, ktorá sa šíri v smere osi z v prostredí s indexom lomu N vyjadreným vzťahom, potom vlnová funkcia bude mať tvar

$$E(z, t) = E \cdot e^{i(\omega t - k_0 N z)}$$

Dosadením za N dostaneme vlnovú funkciu v tvare

$$E(z, t) = E \cdot e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} n z\right)} \cdot e^{\left(-\frac{2\pi}{\lambda} k_\alpha z\right)}$$

Popisuje rovinnú vlnu šíriacu sa v smere osi z , ktorej amplitúda sa so vzdialenosťou z exponenciálne znižuje. Posledný súčiniteľ vo vzťahu predstavuje tlmenie, teda straty svetelného žiarenia v optickom prostredí (absorpciu).

Podielom intenzity svetla, ktoré prešlo optickým prostredím k intenzite svetla vstupujúceho do prostredia dostávame

$$\frac{E^2(z)}{E^2(0)} = e^{-\frac{4\pi}{\lambda} k_\alpha z} = e^{-\alpha z}$$

Vlastnosti svetla

Charakteristické parametre vlny:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \alpha(\vec{r}))}$$

Amplitúda \vec{E}_0, \vec{H}_0

Intenzita $|\vec{E}|^2, |\vec{H}|^2$

Frekvencia $\omega = 2\pi f = 2\pi\nu$

Periódá $\omega = 2\pi f = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$

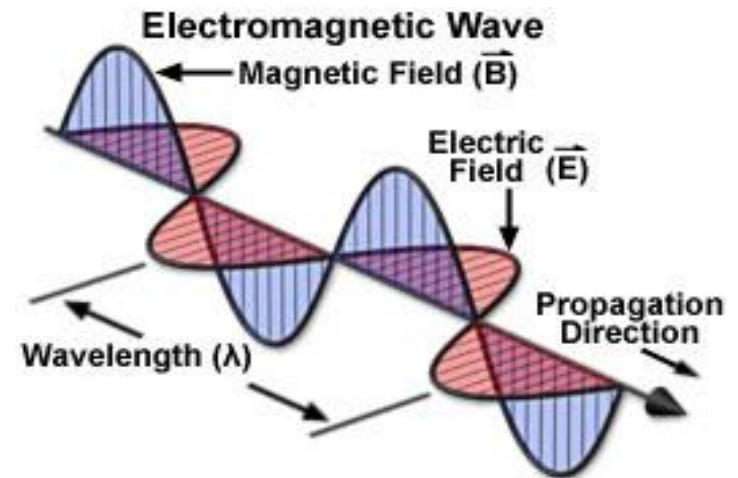
Rýchlosť šírenia sa c, ν

Vlnová dĺžka $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \vec{\tau}_0, \quad \lambda = c \cdot T = \frac{c}{\nu}$

Energia $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$

Polarizácia – smer vektora \vec{E} alebo \vec{H}

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \alpha(\vec{r}))}$$



- vzdialenosť, ktorú vlna prejde v danom prostredí rýchlosťou c za dobu jednej periódy

Vlastnosti svetla - polarizácia

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = E_0 \cdot \vec{a}_E \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

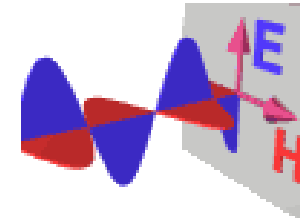
$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = H_0 \vec{a}_H \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$



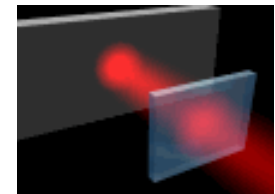
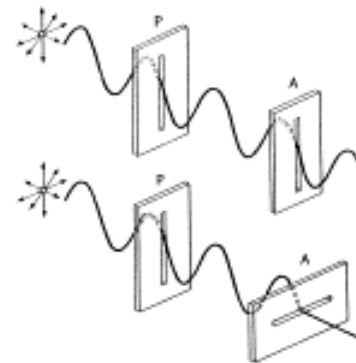
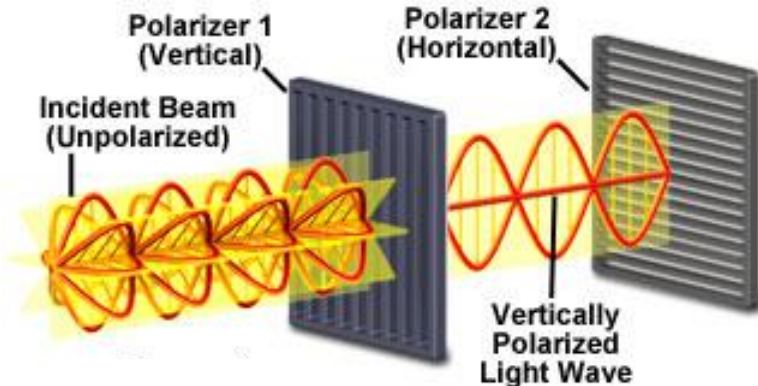
Nonpolarized



Linearly Polarized



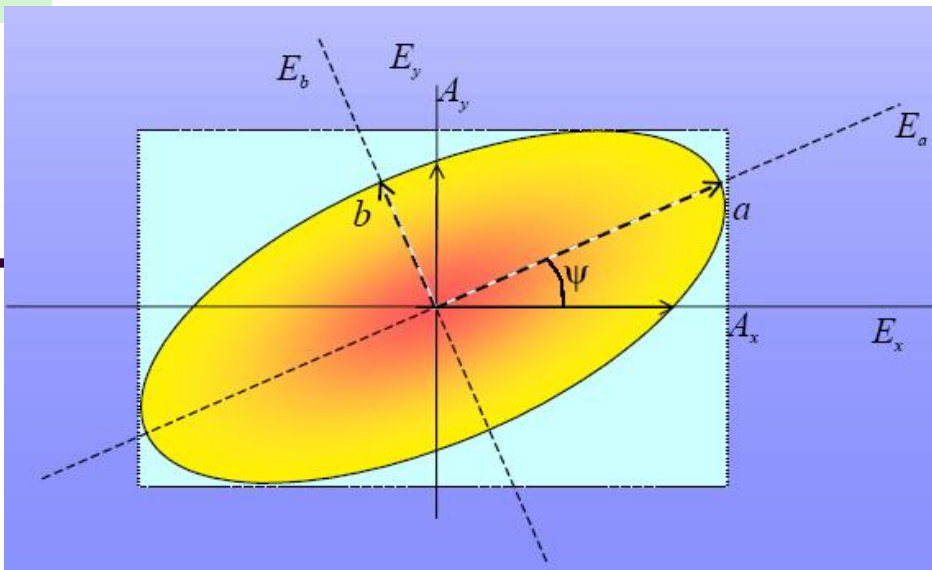
Polarization of Light Waves



Vlastnosti svetla - polarizácia

$$E_x = A_x \sin(\omega t - kz)$$
$$E_y = A_y \sin(\omega t - kz + \delta)$$

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{A_x A_y} \cos \delta + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 = \sin^2 \delta$$

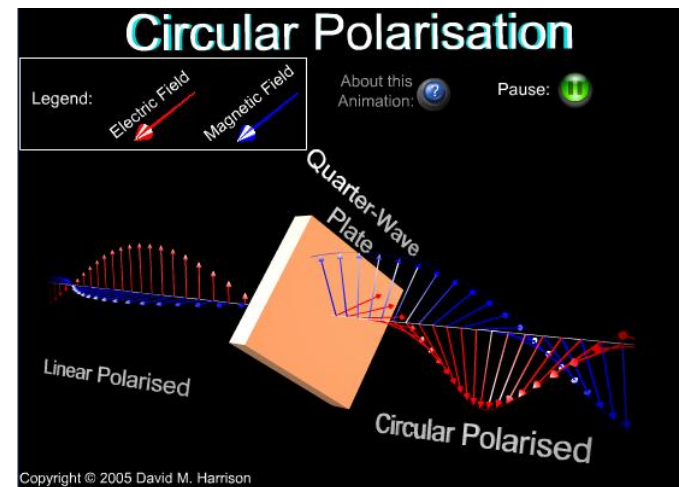
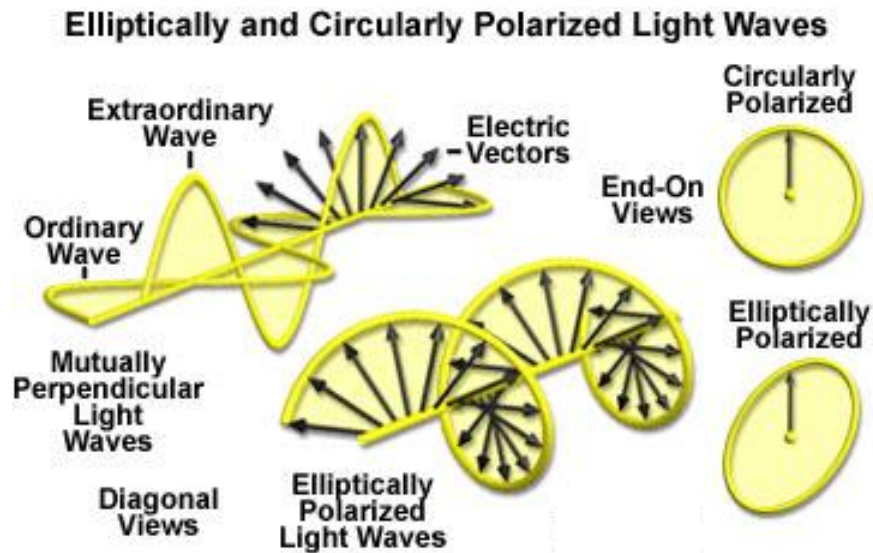


Eliptická: $\delta \in (-\pi, \pi)$
 $A_x \neq A_y$

Kruhová: $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$
 $A_x = A_y$

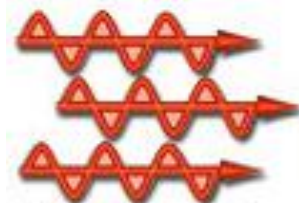
Lineárna: $\delta = 0, \pi$

Vlastnosti svetla - polarizácia

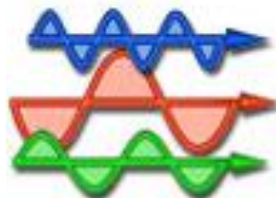


Vlastnosti svetla - chromatickost'

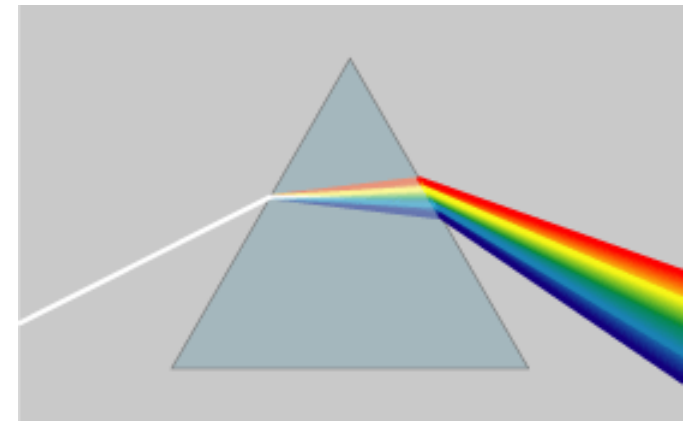
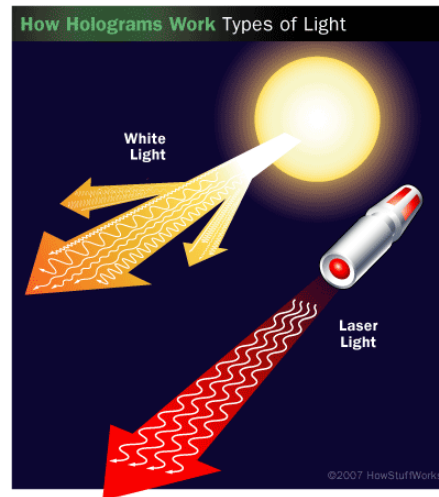
- Polychromatickost' („mnohofarebnost“)
- Monochromatickost' („jednofarebnost“)



Monochromatic



Polychromatic



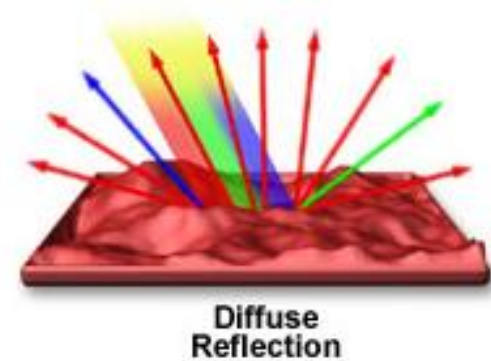
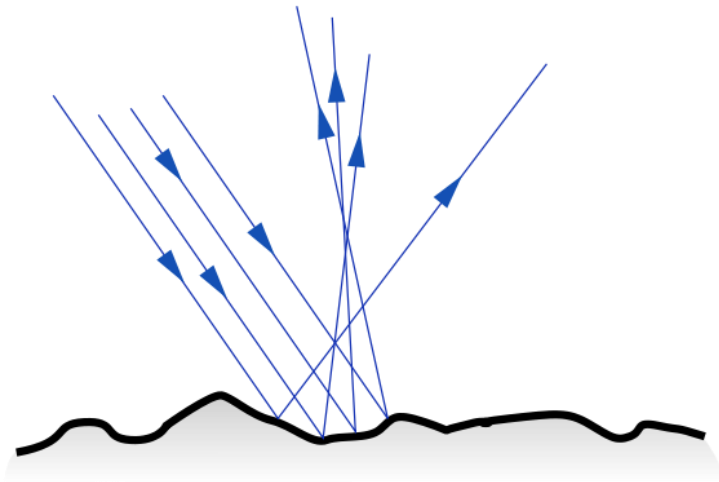
Disperzia – rozklad bieleho svetla na farebné zložky.

Svetlo na rozhraní dvoch prostredí

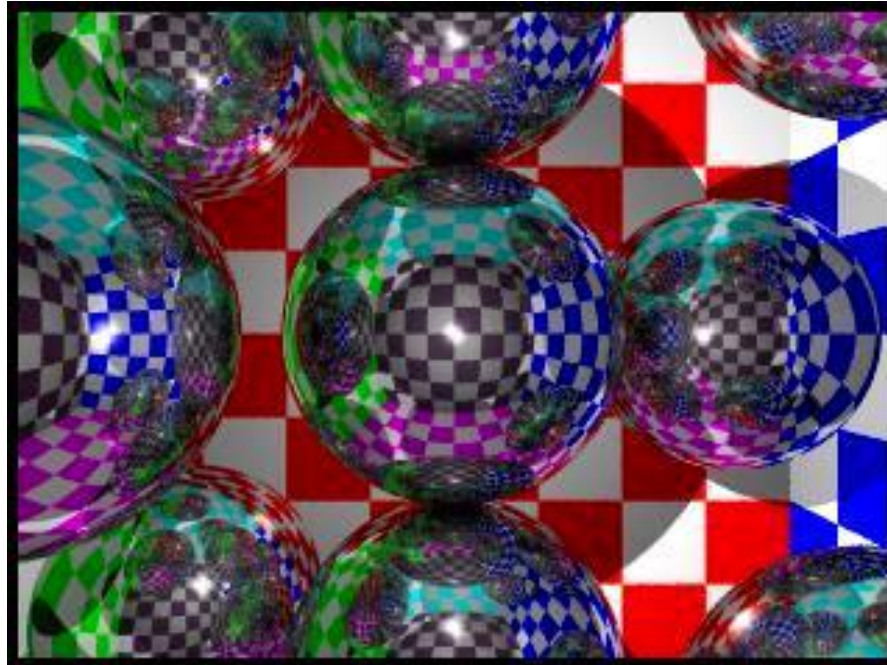
- Svetlo sa na rozhraní dvoch prostredí:
 - a) Rozptyľuje
 - b) Odráža
 - c) Láme (pričom sa môže po prechode do druhého prostredia výraznejšie absorbovať)
 - d) Polarizuje/depolarizuje
 - e) alebo prechádza do druhého prostredia bez zmeny

Rozptyl svetla na rozhraní prostredí

- K rozptylu svetla dochádza najmä v dôsledku kvality povrchu prostredia, na ktoré svetlo dopadá



Odraz světla na rozhraní prostředí



Odraz světla na rozhraní prostředí

Reflections From the Surface of Water



Smooth Water Surface



Wavy Water Surface

Reflection from Convex and Concave Surfaces



Outside Spoon Bowl



Inside Spoon Bowl

Faceted Diamond Reflections



Front

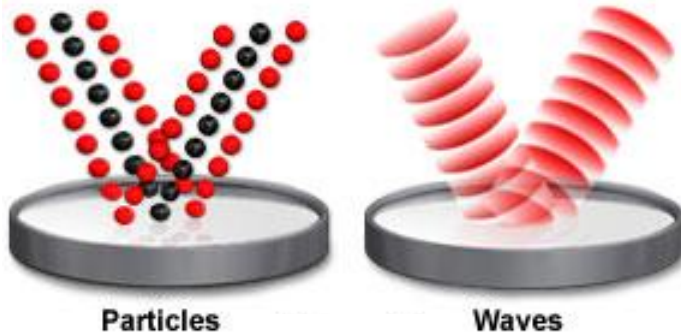


Rear

Odraz světla na rozhraní prostředí



Particles and Waves Reflected by a Mirror

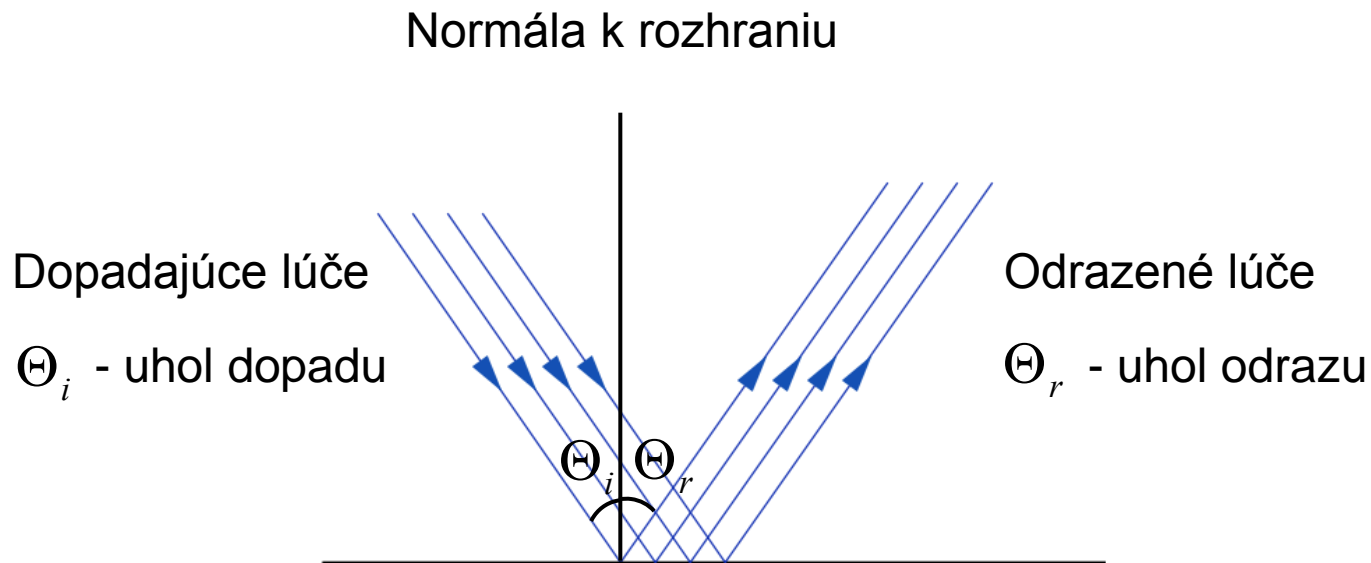


Vzduch

Zrkadlo

Odraz svetla na rozhraní prostředí

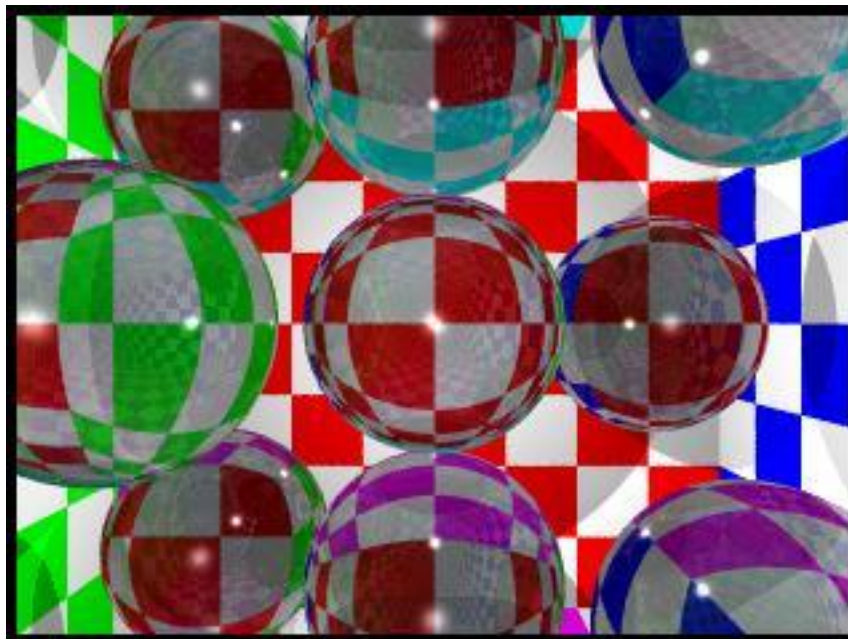
- Z Fermatovho princípu priamo vyplýva, že **uhol dopadu je rovný uhlu odrazu**



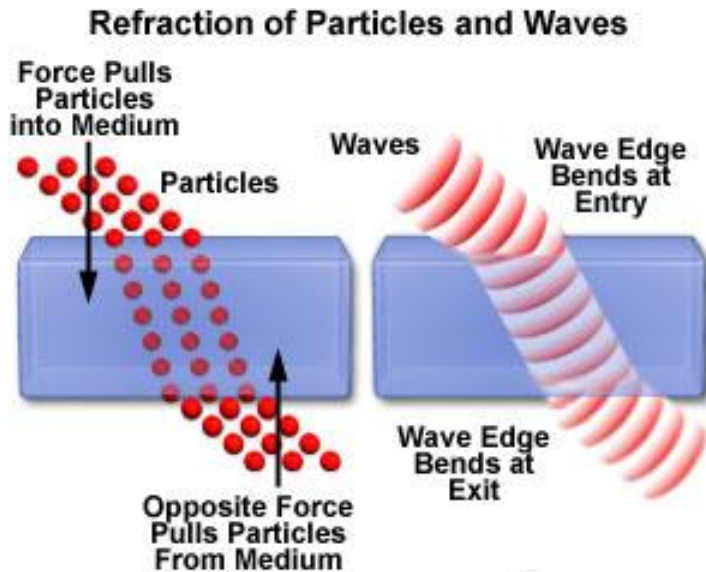
Zákon odrazu:

$$\Theta_i = \Theta_r$$

Lom svetla pri prechode do prostredia



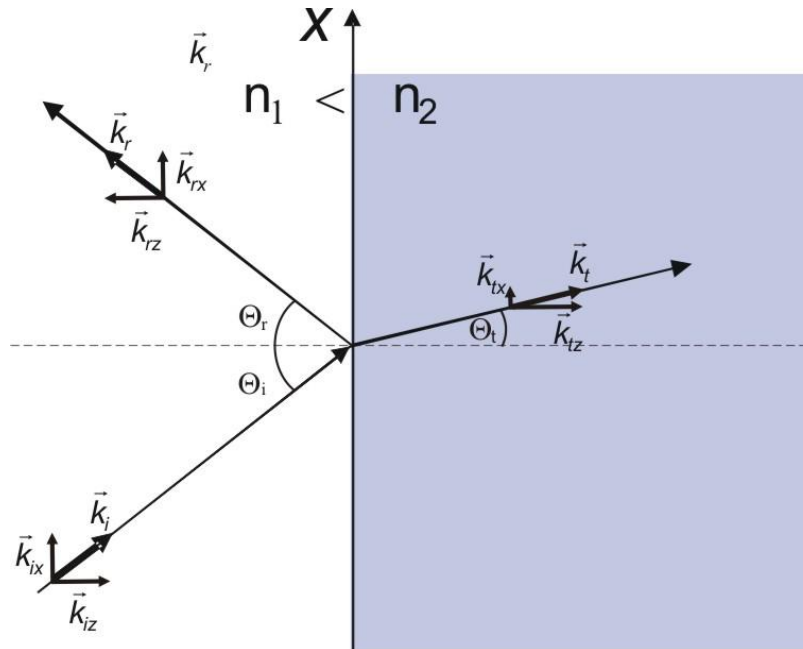
Lom svetla pri prechode do prostredia



Vzduch

Sklo

Lom světla



$$\left(\vec{k}_i \cdot \vec{r}\right)_{z=0} = \left(\vec{k}_r \cdot \vec{r}\right)_{z=0} = \left(\vec{k}_t \cdot \vec{r}\right)_{z=0}$$

Porovnáním příslušných složek vlnových vektorů na rozhraní dospejeme k **zákonu odrazu**

$$\Theta_i = \Theta_r$$

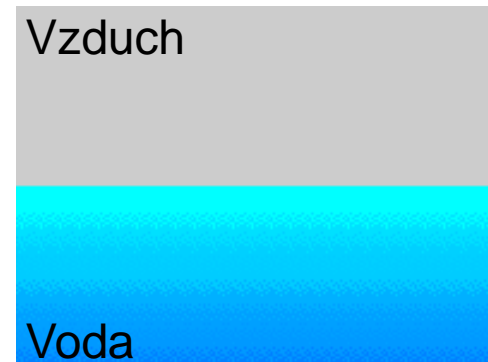
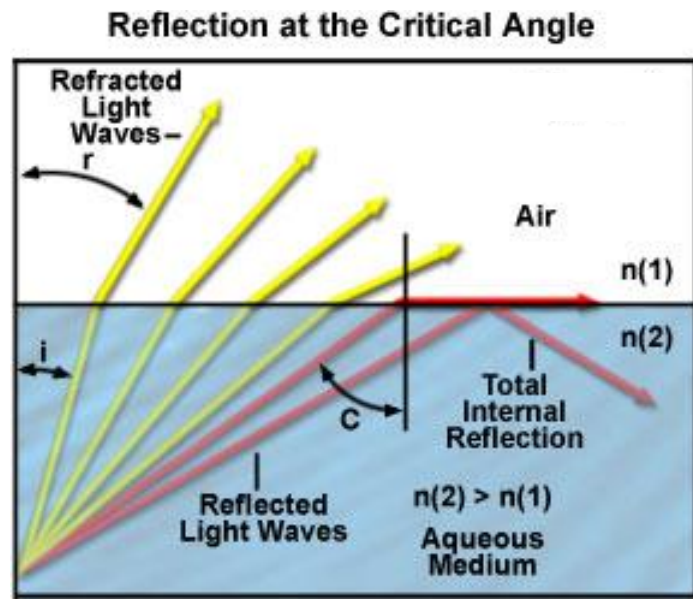
a k **Snellovmu zákonu lomu**

$$N_0 \sin \Theta_i = N_1 \sin \Theta_t$$

Úplný odraz na rozhraní prostředí

Pre kritický uhol zo zákona lomu:

$$n_2 \cdot \sin \Theta_i = n_1 \cdot \sin \Theta_t$$
$$\sin \Theta_{ic} = \frac{n_1}{n_2}, \quad \Theta_t = \frac{\pi}{2}$$



Zhrnutie – odraz, lom, úplný odraz

Reflection and Refraction: Air to Glass
Angles are in degrees. Values are rounded to the nearest degree. Ray intensities are as shown.
Copyright © 2004 David M. Harrison

30

Angle of Incidence θ

$n = 1.00$

$n = 1.5$

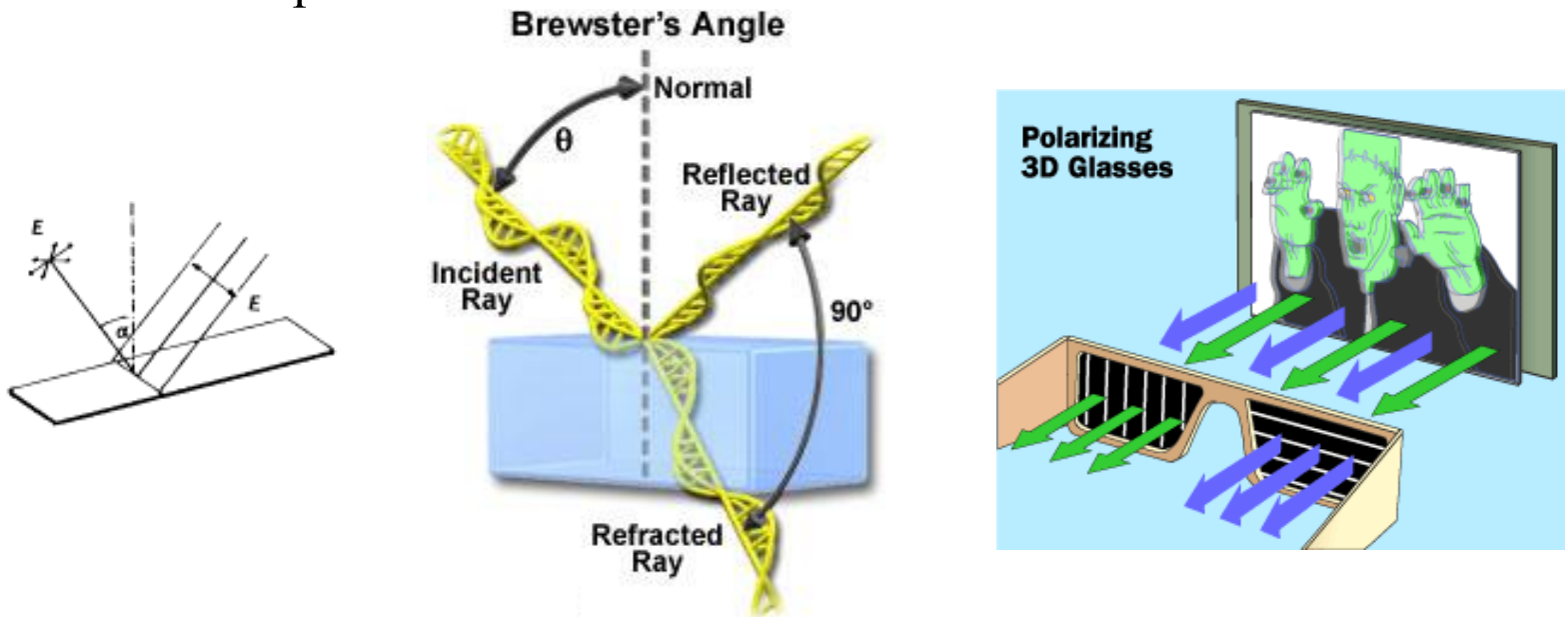
Angle of Refraction = 19

Set Index of Refraction of the Glass

Next Scene:

Lom, odraz a polarizácia

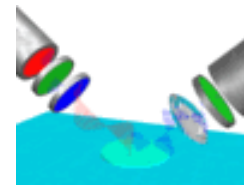
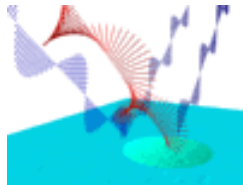
- Malusov pokus (r. 1808) – správanie sa optických vln pri odraze na rohraní dvoch prostredí a prechode z jedného prostredia do druhého závisí od ich polarizácie.



Brewsterov uhol: uhol, pod ktorým musí dopadnúť nepolarizované svetlo na povrch dielektrika, aby odrazené svetlo bolo lineárne polarizované.

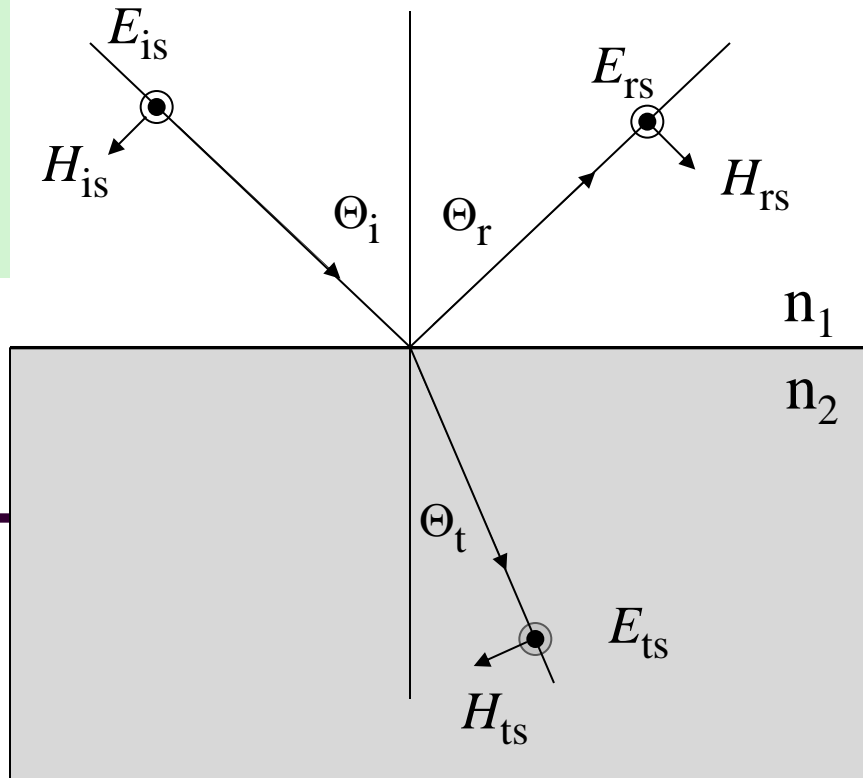
Fresnelove vzťahy

- Jav vysvetlil J. A. Fresnel
- Dve nezávislé polarizácie:
 - kolmá k rovine dopadu (s , TE , \perp)
 - rovnobežná s rovinou dopadu (p , TM , \parallel)
- Využitie v elipsometrii



Fresnelove vzťahy

■ Kolmá polarizácia



Z podmienky spojitosti tangenciálnych zložiek E a H na rozhraní

$$E_{is} + E_{rs} = E_{ts}$$

$$H_{is} \cos \Theta_i - H_{rs} \cos \Theta_r = H_{ts} \cos \Theta_t$$

a využitím vzťahu medzi E a H vyplývajúceho z MR

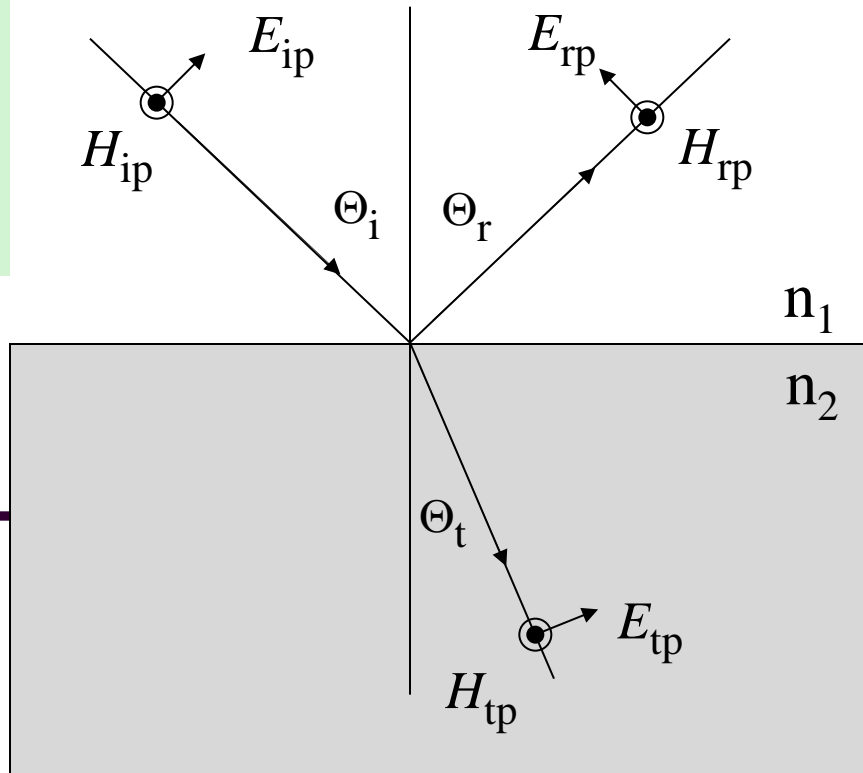
$$|H| = n \cdot c \cdot \varepsilon_0 |E|$$

dostaneme:
$$r_s = \frac{E_{rs}}{E_{is}} = \frac{n_1 \cos \Theta_i - n_2 \cos \Theta_t}{n_1 \cos \Theta_i + n_2 \cos \Theta_t}$$

$$t_s = \frac{E_{ts}}{E_{is}} = \frac{2 \cdot n_1 \cos \Theta_i}{n_1 \cos \Theta_i + n_2 \cos \Theta_t}$$

Fresnelove vzťahy

■ Paralelná polarizácia



Z podmienky spojitosti tangenciálnych zložiek E a H na rozhraní

$$H_{ip} + H_{rp} = H_{tp}$$

$$E_{ip} \cos \Theta_i - E_{rp} \cos \Theta_i = E_{tp} \cos \Theta_t$$

a využitím vzťahu medzi E a H vyplývajúceho z MR

$$|H| = n \cdot c \cdot \varepsilon_0 |E|$$

dostaneme:
$$r_p = \frac{E_{rp}}{E_{ip}} = \frac{n_2 \cos \Theta_i - n_1 \cos \Theta_t}{n_2 \cos \Theta_i + n_1 \cos \Theta_t}$$

$$t_p = \frac{E_{tp}}{E_{ip}} = \frac{2 \cdot n_1 \cos \Theta_i}{n_2 \cos \Theta_i + n_1 \cos \Theta_t}$$

Fresnelove vzťahy

■ Odraznosť a priepustnosť

$$r_s = \frac{E_{rs}}{E_{is}} / ()^2$$

$$|r_s|^2 = \left| \frac{E_{rs}}{E_{is}} \right|^2 = R_s$$

$$r_p = \frac{E_{rp}}{E_{ip}} / ()^2$$

$$|r_p|^2 = \left| \frac{E_{rp}}{E_{ip}} \right|^2 = R_p$$

Priepustnosť sa definuje ako podiel normálových zložiek Poyntingovho vektora prechádzajúcej a dopadajúcej vlny.

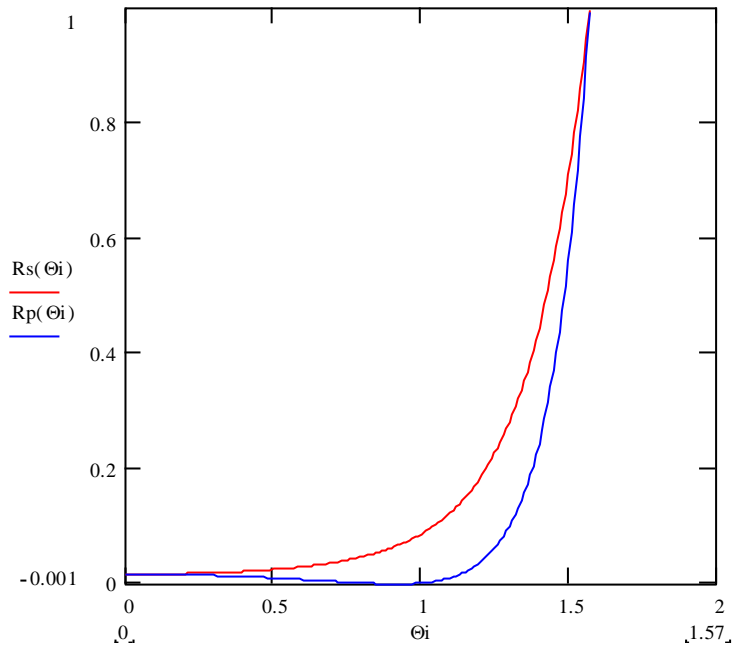
$$T_s = \frac{n_2 \cos \Theta_t}{n_1 \cos \Theta_i} \cdot |t_s|^2$$

$$T_p = \frac{n_2 \cos \Theta_t}{n_1 \cos \Theta_i} \cdot |t_p|^2$$

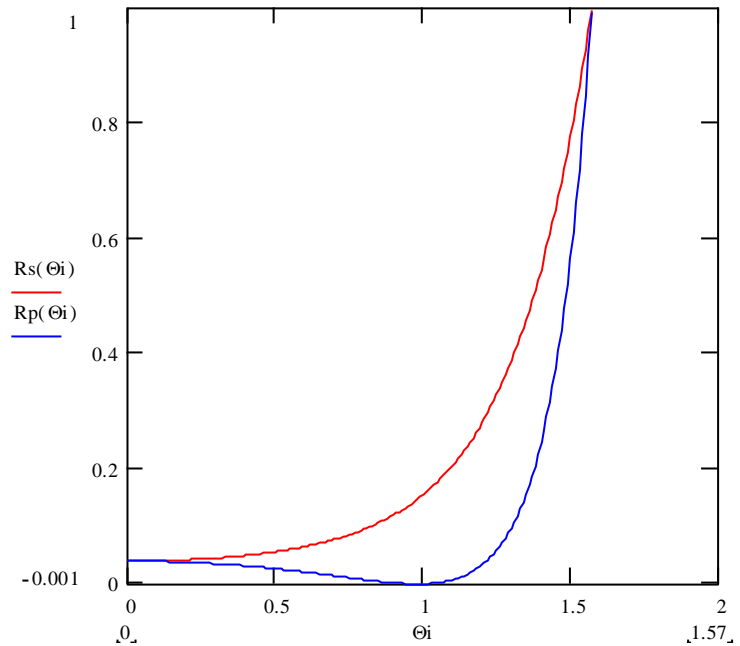
Tieto vzťahy platia len pre dielektrické materiály s reálnymi hodnotami indexov lomu.

Fresnelove vzťahy

■ Odraznosť



Rozhranie vzduch-voda



Rozhranie vzduch-sklo

Fresnelove vzťahy

- **Odraznosť**
- Na obr. vidieť, že odrazivosť pre p -polarizáciu má vo všeobecnosti minimum pri istom uhle dopadu.
- Pri odraze od dielektrika (pre ktoré je $k_\alpha = 0$) toto minimum odrazivosti nadobúda nulu. Tento uhol dopadu nazývame **Brewsterov uhol** ϕ_B a je definovaný podmienkou $r_p = 0$.

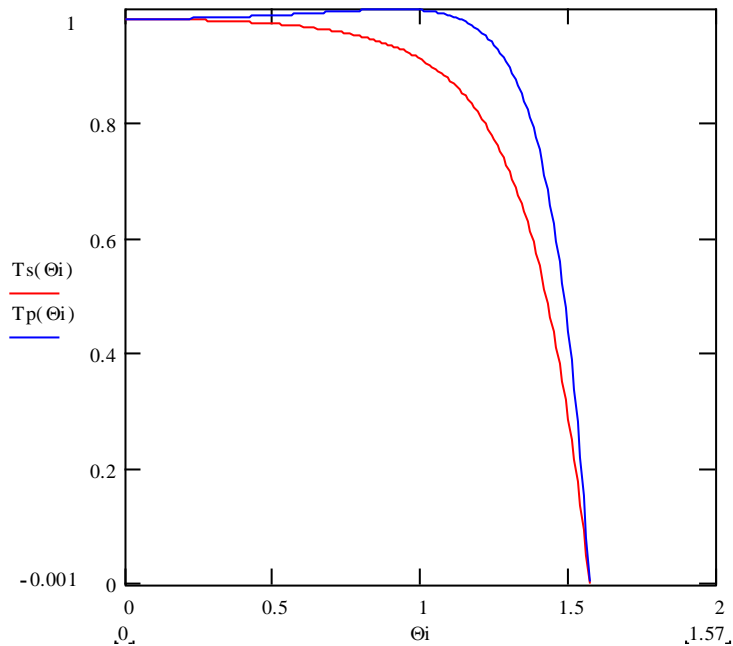
$$\phi_B = \arctan \frac{n_1}{n_0}$$

Fresnelove vzťahy

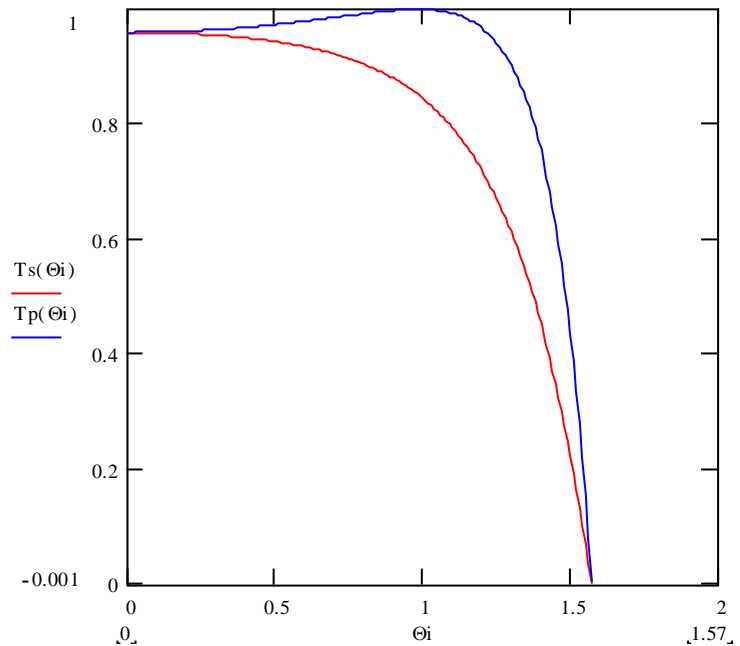
- **Odrážnosť**
- Ak na rozhranie dopadá vlna s p -polarizáciou pod Brewsterovým uhlom, vlna sa celá láme do druhého prostredia. V prípade dopadu nepolarizovanej alebo čiastočne polarizovanej vlny je odrazená vlna polarizovaná v smere kolmom na rovinu dopadu. Z toho dôvodu niekedy Brewsterov uhol nazývame aj polarizačným uhlom.

Fresnelove vzťahy

■ Priepustnosť



Rozhranie vzduch-voda



Rozhranie vzduch-sklo

Evanescentná vlna

- Ak na rozhranie dvoch priehľadných materiálov s odlišnými indexami lomu dopadá ľubovoľne polarizovaná rovinná vlna tak, že prichádza z prostredia s väčším indexom lomu, potom zo zákona lomu vidíme, že pre dostatočne veľký uhol dopadu je $\sin\theta_1$ číslo väčšie ako jednotka. Snellov zákon tak vedie k neočakávaným hodnotám uhla lomu. Uhol dopadu, pre ktorý je $\sin\theta_1 = 1$ sa nazýva **kritický uhol** θ_c a je daný pomerom

$$\sin \theta_c = \frac{n_1}{n_0} \quad n_1 < n_0$$

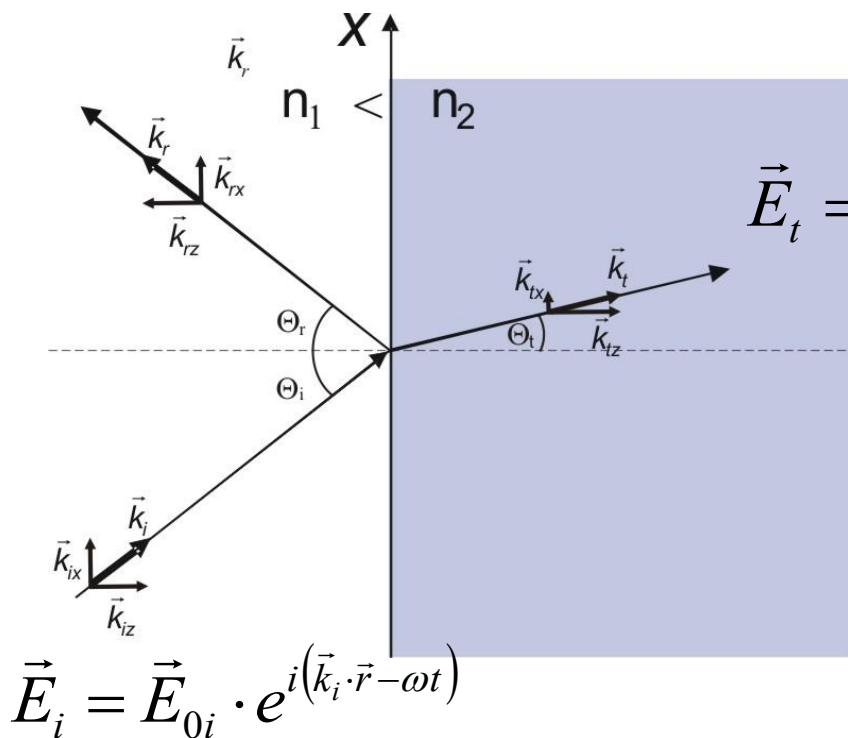
Evanescentná vlna

- Ak je uhol dopadu väčší ako kritický uhol θ_c , dôjde k **úplnému vnútornému odrazu**.
V prípade splnenej podmienky pre úplný vnútorný odraz, t.j. $\theta > \theta_c$, sú absolútne hodnoty Fresnelových koeficientov odrazu rovné jednej, t.j. $|r_p| = |r_s| = 1$. Znamená to, že všetká energia sa odráža od povrchu a amplitúda odrazenej vlny sa líši od amplitúdy dopadajúcej vlny len fázovým faktorom.

Evanescentná vlna

- Musíme si však uvedomiť, že koeficienty priepustnosti nebudú kvôli podmienkam spojitosti tangenciálnych zložiek vektorov poľa na rozhraní nulové. Z toho vyplýva, že aj keď nebude dochádzať k prenosu energie do druhého prostredia, dôjde k prieniku poľa do prostredia. Toto pole sa nazýva **evanescentné pole** a môžeme ho analyzovať v podmienkach úplného vnútorného odrazu.

Evanescentná vlna



$$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} \cdot e^{i(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\begin{aligned} \vec{z} \quad k_{tz} &= k_t \cdot \cos(\theta_t) = k_i \cdot \cos(\theta_i) \\ k_{tx} &= k_t \cdot \sin(\theta_t) = k_i \cdot \sin(\theta_i) \end{aligned}$$

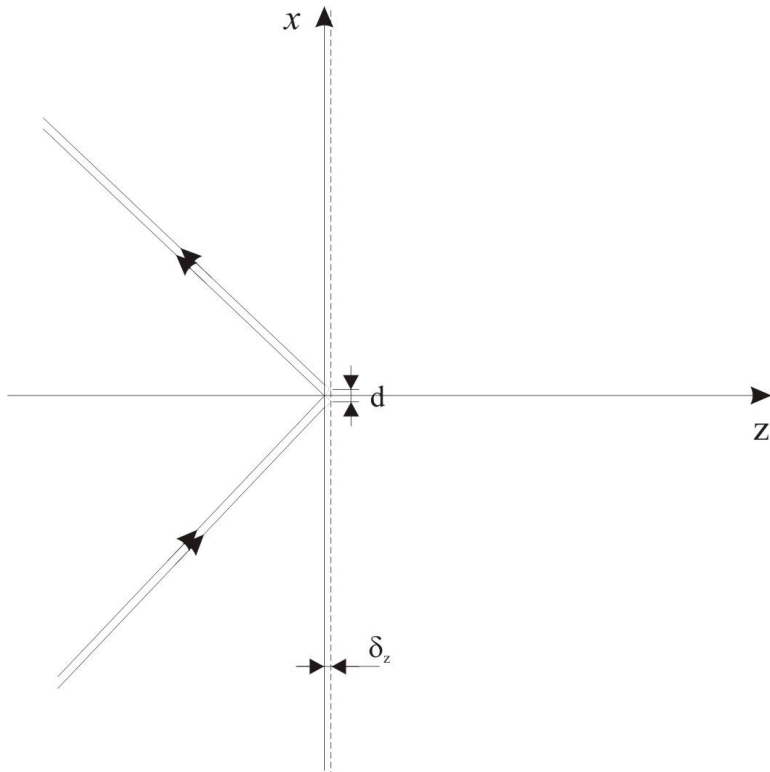
$$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} \cdot e^{[ik_i \cdot (x \cdot \sin(\theta_t) + z \cdot \cos(\theta_t)) - i\omega t]}$$

$$\cos(\theta_t) = \pm \sqrt{1 - \sin^2(\theta_t)} = \pm i \sqrt{\left(\frac{n_1 \cdot \sin(\theta_i)}{n_2}\right)^2 - 1} = \pm i \sqrt{\left(\frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_c)}\right)^2 - 1}$$

Evanescentná vlna

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} \cdot e^{\pm z/\delta_z} e^{ik_t \cdot (x \cdot \sin(\theta_t)) - i\omega t},$$

$$\frac{1}{\delta_z} = k_t \sqrt{\left(\frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_c)}\right)^2 - 1}$$



d – Goose-Hanchenov posun