

## Príklady

### 1.

Automobil prešiel prvú tretinu dráhy rýchlosťou  $v_1$  a zvyšujúcu časť dráhy rýchlosťou 100 km/hod. Vypočítajte rýchlosť  $v_1$ , ak priemerná rýchlosť na celej dráhe bola 52 km/hod.

Častica sa pohybuje tak, že jej poloha v ľubovoľnom okamihu je určená polohovým vektorom  $\mathbf{r} = 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}t\mathbf{i} + (1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}t + 1/2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}t^2)\mathbf{j} - 4 \text{ m}/\pi^2\sin(\pi\text{s}^{-1}t/2)\mathbf{k}$ . Určite veľkosť rýchlosti a zrýchlenia častice v čase  $t = 5 \text{ s}$ .

Koleso s priemerom 20 cm sa otáča s konštantnou uhlovou rýchlosťou okolo osi, ktorá prechádza jeho stredom. Akou rýchlosťou sa pohybuje bod vzdialený 7 cm od stredu, ak bod vzdialený 3 cm od stredu sa pohybuje rýchlosťou  $1 \text{ ms}^{-1}$ ?

Dve autá vyrazili súčasne z mesta M do mesta N vzdialeného 50,4 km. Auto  $A_1$  prešlo polovicu vzdialenosti rýchlosťou 54 km/hod. a druhú polovicu rýchlosťou 72 km/hod. Auto  $A_2$  išlo polovicu času, ktorý potrebovalo na prejdienie celej vzdialenosti, rýchlosťou 54 km/hod. a druhú polovicu času rýchlosťou 72 km/hod. Ktoré auto dorazilo do mesta N skôr a o koľko sekúnd? Ako vzdialené bolo od mesta N druhé auto v okamihu príchodu prvého auta do mesta N? Aká bola priemerná rýchlosť každého z áut?

Cyklista sa pohybuje smerom do kopca konštantnou rýchlosťou  $v_1 = 15 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ . Keď dosiahne vrchol kopca, obráti sa a absolvuje tú istú trať z kopca dolu rýchlosťou  $v_2 = 45 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ . Aká je priemerná rýchlosť pohybu cyklistu?

Teleso prešlo dva za sebou nasledujúce úseky dráhy s rovnakým zrýchlením za rovnaký čas. Aká je dĺžka druhého úseku, keď dĺžka prvého je 200 m a začiatočná rýchlosť telesa na prvom úseku bola nulová.

Podľa záznamu akcelero grafu sa vozidlo zo stavu pokoja rozbiehalo so zrýchlením, ktoré z počiatkovej hodnoty  $1,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  rovnomerne klesalo až na nulovú hodnotu za čas 30 s. Akú dráhu vozidlo prešlo počas rozbehu a akú rýchlosť pohybu dosiahlo?

Lopta hodená zvisle na zem z výšky 1 m vyskočí do výšky 6 m. Aká bola jej začiatočná rýchlosť, keď so stratami rýchlosti v dôsledku odporu vzduchu nerátame?

Lietadlo má v smere zemského poludníka preletieť 1 500 km za dve hodiny. Akou priemernou rýchlosťou a akým smerom musí pilot viesť lietadlo, keď vie, že západný vietor má rýchlosť 100 km/hod.

Koleso sa otáča s frekvenciou  $f = 25 \text{ s}^{-1}$ . Brzdením možno dosiahnuť, že jeho otáčanie bude rovnomerne spomalené a koleso sa zastaví po čase  $t_0 = 30 \text{ s}$  od začiatku brzdenia. Vypočítajte uhlové zrýchlenie  $\varepsilon$  a počet otáčok, ktoré koleso vykoná od začiatku brzdenia až do zastavenia!

## 2.

Aký je uhol medzi dvomi rovnakými silami, ak výsledná sila má veľkosť rovnú polovičnej veľkosti jednej sily?

Pri rozbehu pôsobila na lokomotívu hmotnosti 40 t sila, ktorá vzrastala od nulovej hodnoty v počiatočnom stave pokoja priamo úmerne s časom. Rýchlosť pohybu 90 km/hod. dosiahla lokomotíva za čas 40s. Akú maximálnu hodnotu dosiahla počas pohybu trakčná sila?

Medzi dve skoby upevnené v rovnakej výške proti sebe v rovnobežných stenách vzdialených 3,5 m od seba je priviazané tenké vlákno. Po zavesení záťaže hmotnosti 5 kg do stredu vlákna poklesne stred vlákna o 5 cm pod úroveň spojnice bodov upevnenia. Aká sila kolmá na steny sa snaží skoby vytrhnúť?

Na hmotné teleso pôsobí stále v tom istom smere sila, ktorej hodnota závisí od času podľa vzťahu  $F = F_0 - kt$ , kde  $F_0 = 36 \text{ N}$  a  $k = 6 \text{ N}\cdot\text{s}^{-1}$ . Na začiatku bolo teleso v pokoji. Počas prvých 10 sekúnd urazilo dráhu 100 m. Vypočítajte jeho hmotnosť!

Vypočítajte impulz sily, ktorý dostane stena, ak na ňu narazí guľička hmotnosti 7 g pod uhlom  $30^\circ$  vzhľadom na stenu rýchlosťou  $400 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

Chlapec posúva sánky po zasneženej vodorovnej ceste rovnobežnou silou. Po prejdení dráhy 3 m vykoná prácu 75 J. a) Akou silou pôsobí? b) Akou silou bude musieť pôsobiť pod uhlom  $45^\circ$  smerom nahor, aby vykonal po tej istej dráhe rovnako veľkú prácu? c) Čo sa zmení pri pôsobení sily po tým istým uhlom smerom nadol? Trenie zanedbajte.

Drevený valec je ponorený vo vode do  $2/3$  svojej výšky. Akú prácu treba vykonať na vytiahnutie valca z vody, keď polomer valca  $r = 10 \text{ cm}$  a jeho výška  $h = 60 \text{ cm}$ ? Uvažujte s hustotou dreva  $520 \text{ kgm}^{-3}$ .

Aký je pomer gravitačného zrýchlenia na povrchu Mesiaca a na povrchu Zeme? Polomer Mesiaca je 0,273-násobok polomeru Zeme a hmotnosť Mesiaca je 0,0123-násobok hmotnosti Zeme.

Saturn má hmotnosť 95-krát väčšiu ako Zem a polomer 9-krát väčší ako polomer Zeme. Vypočítajte gravitačné zrýchlenie na povrchu Saturnu.

V akej vzdialenosti  $r_1$  od stredu Zeme bude predmet, ktorý sa nachádza medzi Zemou a Mesiacom, v beztiažovom stave? (vzdialenosť stredu Mesiaca od stredu Zeme  $r = 384400 \text{ km}$ , hmotnosť mesiaca =  $1/81$  hmotnosti Zeme).

Tri loďky rovnakej hmotnosti 200 kg idú za sebou rovnakou rýchlosťou  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Zo strednej loďky bolo rýchlosťou  $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  vzhľadom k brehu vhozené v rovnaký okamih závažie 10 kg do prednej a rovnako veľké závažie tou istou rýchlosťou do zadnej loďky. Aké sú rýchlosti lodiek po prehodení závaží?

Teleso hmotnosti 5 kg naráža do nepohybujúceho sa telesa o hmotnosti 2,5 kg, ktoré sa po zrážke začne pohybovať s kinetickou energiou 5 J. Nájdite kinetickú energiu prvého telesa pred a po zrážke, ak zrážka bola centrálna a absolútne pružná.

### 3.

Sústava pozostávajúca z troch častí, hmotnosti ktorých sú  $m_1=5\text{g}$ ,  $m_2=10\text{g}$  a  $m_3=15\text{g}$ , sa nachádza v ortonormálnom vzťažnom systéme. V čase  $t = 0\text{s}$  je ich poloha určená súradnicami, ktorých hodnoty v zátvorkách sú udané v cm:  $P_1(3,4,5)$ ,  $P_2(-2,4,-6)$  a  $P_3(0,0,0)$ . Nájdite polohu ťažiska v čase  $t = 0\text{s}$ . Nájdite polohu a zrýchlenie ťažiska v čase  $t = 10\text{s}$ , ak na sústavu začala v čase  $t = 0\text{s}$  pôsobiť v smere osi  $x$  konštantná sila s veľkosťou  $1\text{N}$ .

Vypočítajte polohu ťažiska rovnorodej kruhovej dosky o polomere  $R = 0,5\text{ m}$ , v ktorej bol urobený štvorcový otvor so stranou  $a = R/2$  vo vzdialenosti  $R/2$  od stredu dosky.

O koľko treba predĺžiť homogénnu tyč dĺžky  $75\text{ cm}$ , aby sa jej moment zotrvačnosti vzhľadom na os kolmú na tyč a prechádzajúcu ťažiskom tyče zdvojnásobil?

Na jeden koniec vodorovnej tyče hmotnosti  $3\text{ kg}$  dlhjej  $1,5\text{ m}$  zavesíme teleso hmotnosti  $15\text{ kg}$ . V akej vzdialenosti od tohto konca musíme tyč podprieť, aby bola v rovnováhe vo vodorovnej polohe?

Priamy úsek koľajníc bol zváraný pri teplote  $20^\circ\text{C}$ . Aká tlaková sila vznikne v priereze koľajnice o ploche  $80\text{ cm}^2$ , keď sa v lete koľajnice zohrejú na teplotu  $50^\circ\text{C}$ ?

Ako sa zmení objem železnej tyče tvaru hranola pôvodných rozmerov  $a_0 = 1\text{ m}$ ,  $b_0 = c_0 = 10\text{ cm}$ , keď je tyč v smere rozmeru  $a_0$  namáhaná ťahom  $\sigma = 9,81 \cdot 10^7\text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$ ? Modul pružnosti železa, z ktorého je tyč zhotovená je  $E = 19,62 \cdot 10^{10}\text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$  a modul pružnosti v šmyku  $G = 7,35 \cdot 10^{10}\text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$ .

Aký musí byť polomer medeného drôtu, aby sa účinkom sily  $500\text{ N}$ , ktorá naň pôsobí v smere dĺžky, nepretrhol, keď medza pevnosti medi je  $2 \cdot 10^8\text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$ ?

Na železnú tyč tvaru kvádra pôvodných rozmerov  $a_0 = 50\text{ cm}$ ,  $b_0 = 10\text{ cm}$ ,  $c_0 = 5\text{ cm}$  pôsobí rovnomerný všestraný normálový tlak  $9,81 \cdot 10^5\text{ Pa}$ . Ako sa zmenší objem kvádra po deformácii, keď modul pružnosti v ťahu tyče je  $19,62 \cdot 10^{10}\text{ Pa}$ ?

Ako sa zmení polomer železnej obruče, ktorá pri teplote  $480^\circ\text{C}$  má priemer  $120\text{ cm}$ , ak sa obruč ochladí na teplotu  $20^\circ\text{C}$ ? Koeficient teplotnej dĺžkovej rozťažnosti pre oceľ je  $0,012 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$ .

Pásové meradlo z ocele správne merá pri teplote  $20^\circ\text{C}$ . Určte chybu merania, ak meráme dĺžku  $20\text{ m}$  pri teplote  $-10^\circ\text{C}$ . Koeficient teplotnej dĺžkovej rozťažnosti je  $0,012 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$ .

### 4.

Tlak v ocelevej tlakovej fľaši stúpne zohriatím zo  $6,2\text{ MPa}$  na  $7,5\text{ MPa}$ . Aká je výsledná teplota, keď počiatočná teplota bola  $-14^\circ\text{C}$ ?

V nádobe objemu  $164\text{ cm}^3$  sa nachádza plyn pri teplote  $20^\circ\text{C}$  a tlaku  $0,993 \cdot 10^5\text{ Pa}$ . Vypočítajte, aký objem bude mať to isté množstvo plynu, ak bude jeho teplota  $0^\circ\text{C}$  a tlak  $1,013 \cdot 10^5\text{ Pa}$ .

Koľko vzduchu unikne z  $220 \text{ m}^3$  veľkej miestnosti, keď pri rovnakom tlaku v nej stúpne teplota z  $12^\circ \text{ C}$  na  $22^\circ \text{ C}$ ?

Bomba obsahuje stlačený plyn pri teplote  $293 \text{ K}$  a tlaku  $3,76 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ . Ako sa zmení jeho tlak, keď polovičné množstvo plynu vypustíme a jeho teplota pritom klesne na  $283 \text{ K}$ ?

V automatickej práčke sa zohrieva  $30$  litrov vody. Koľko tepla voda prijme, ak sa jej teplota zvýši z  $288 \text{ K}$  na  $363 \text{ K}$ ? Ako dlho trvá zohrievanie, ak príkon výhrevného telesa práčky je  $1,7 \text{ kW}$ ?

Do medeného kalorimetra hmotnosti  $151 \text{ g}$  vlejeme  $200 \text{ g}$  vody, a nameriame teplotu  $18,6^\circ \text{ C}$ . Po vložení  $85 \text{ g}$  medi, ktorá bola predtým zohriata na  $98,5^\circ \text{ C}$ , stúpne teplota na  $21,4^\circ \text{ C}$ . Aká hodnota z toho vyplýva pre hmotnostnú tepelnú kapacitu medi?

V kalorimetri bolo  $1500 \text{ g}$  vody teploty  $6^\circ \text{ C}$ , do ktorej sme pridali  $120 \text{ g}$  ľadu neznámej teploty. Po vyrovnaní teplôt sme z vody kalorimetra ľad vybrali a vážením zistili, že sa jeho hmotnosť zväčšila o  $12 \text{ g}$ . Aká bola pôvodná teplota ľadu?

## 5.

Za koľko sekúnd po prechode rovnovážnou polohou sa pri sínusovom kmitaní s amplitúdou  $A_0 = 2 \text{ cm}$  a  $f = 50 \text{ Hz}$  dosiahnu výchylky a)  $1 \text{ mm}$ ; b)  $5 \text{ mm}$ ; c)  $15 \text{ mm}$ ? Vypočítajte maximálnu hodnotu rýchlosti a zrýchlenia.

Hmotný bod vykonáva harmonické kmity pozdĺž osi  $x$ . V čase  $0,1 \text{ s}$  od začiatku pohybu je vzdialenosť hmotného bodu od rovnovážnej polohy  $5 \text{ cm}$ , rýchlosť  $62 \text{ cm/s}$  a zrýchlenie  $-540 \text{ cm/s}^2$ . Vypočítajte: 1) amplitúdu, uhlovú frekvenciu a počiatočnú fázu kmitov; 2) polohu, rýchlosť a zrýchlenie v čase  $t=0$ !

Pružina má tuhosť  $0,25 \text{ N/cm}$ . Teleso akej hmotnosti musíme zavesiť na pružinu, aby konalo  $25$  kmitov za  $1$  minútu?

Hmotný bod kmitá s amplitúdou  $100 \text{ cm}$  a periódou  $20 \text{ s}$ . Akú vzdialenosť od krajnej polohy prešiel za  $2,5 \text{ s}$ ?

Nájdite amplitúdu výsledného harmonického pohybu, ktorý vznikne zložením dvoch jednosmerných kmitavých pohybov s rovnakou periódou, s amplitúdami  $3$  a  $5 \text{ cm}$ , keď rozdiel ich fáz je  $60^\circ$ !

Postupná priečna vlna na napätej strune je daná rovnicou  $u = A \cos(2\pi/\lambda)(x - ct)$ , kde  $A = 25 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 50 \text{ mm}$  a  $c = 6.25 \text{ mm/s}$ . Aká je maximálna rýchlosť častíc struny? Aké je maximálne zrýchlenie častíc struny? Vypočítajte, aká je v čase  $t = 2 \text{ s}$  výchylka, rýchlosť a zrýchlenie častice struny, ktorej  $x$ -ová súradnica je  $18.75 \text{ mm}$ .

Aký je fázový rozdiel dvoch kmitajúcich bodov rovinatej vlny, ak ich vzájomná vzdialenosť je  $2 \text{ m}$  a vlnová dĺžka je  $0,5 \text{ m}$ ?

Aká je výchylka bodu z rovnovážnej polohy v čase  $T/6$ , ak bod je vzdialený od zdroja vlnenia  $\lambda/12$ , keď amplitúda výchylky je 5 cm? Zdroj má v čase  $t = 0$  nulovú výchylku.

Akú frekvenciu má rovinná vlna, ktorá potrebuje 12 sekúnd na prekonanie dráhy rovnej 7,5 násobku vlnovej dĺžky ?